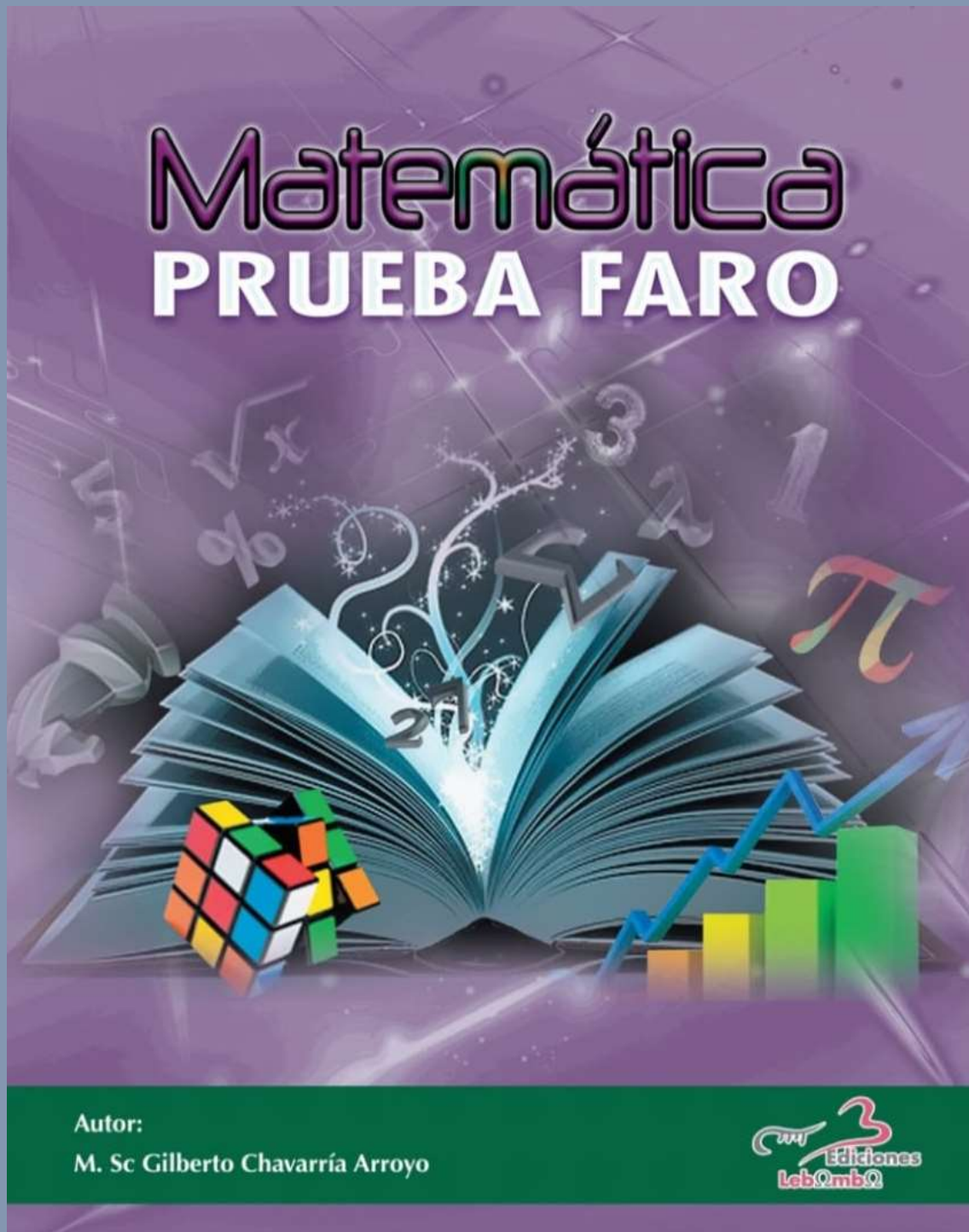




Autor: M. Sc Gilberto Chavarria Arroyo

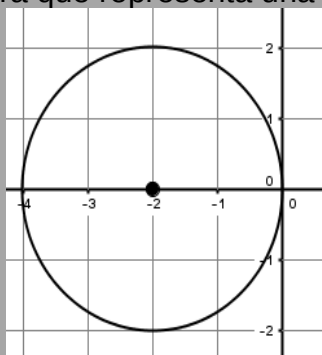
Tabla de contenidos

Geometría		4
Circunferencia		4
Polígonos		26
Visualización Espacial		47
Relaciones y Álgebra		52
Conjuntos		52
Conceptos básicos de funciones		60
Composición de funciones		72
Función lineal		76
Función cuadrática		82
Aplicaciones		87
Intersección de rectas		93
Probabilidad y Estadística		93
Conceptos básicos de estadística		96
Probabilidad		107
RESPUESTAS		127

ÁREA 1: GEOMETRÍA.	
Habilidad 1: Representar las circunferencias de manera analítica y gráfica.	
Conocimientos	Habilidades Específicas
- Circunferencia - Centro - Radio	1.1 Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.2 Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.3 Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o en el exterior de una circunferencia.
Habilidad 2: Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias	
☐ Circunferencia - Centro - Radio - Recta secante - Recta tangente ☐ Recta exterior ☐ Rectas paralelas ☐ Rectas perpendiculares	2.1 Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia. 2.2 Representar gráfica y algebraicamente rectas secantes, tangentes y exteriores a una circunferencia. 2.3 Analizar geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad. 2.4 Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia.
Habilidad 3: Utilizar la geometría analítica para representar circunferencias y transformaciones	
- Circunferencia - Centro - Radio	3.1 Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones. 3.2 Aplicar traslaciones a una circunferencia.

Analice el siguiente escenario

Considere la siguiente figura que representa una circunferencia.



De acuerdo con la información proporcionada, conteste las preguntas 1 a 5.

1) El centro de la circunferencia corresponde a

(A) $(0, -2)$

(B) $(-2, 0)$

(C) $(2, 0)$

(D) $(-2, 2)$

2) Un punto que pertenece a la circunferencia corresponde a

(A) $(-1, -1)$

(B) $(-3, \sqrt{3})$

(C) $(-2, -3)$

(D) $(2, -2)$

3) La medida del radio de la circunferencia es la siguiente

--	--	--	--	--	--

4) La ecuación de la circunferencia corresponde a

(A) $(x + 2)^2 + y^2 = 4$

(B) $(x - 2)^2 + y^2 = 2$

(C) $x^2 + (y + 2)^2 = 4$

(D) $x^2 + (y + 2)^2 = 2$

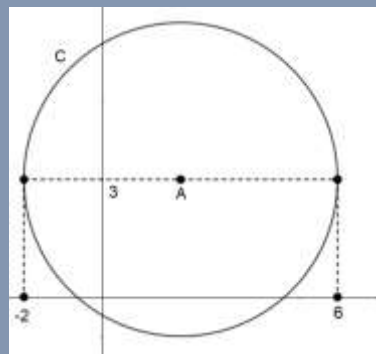
5) Según la representación gráfica de la circunferencia C, de centro A ¿cuál es la ecuación de C?

(A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 64$

(B) $(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 9$

(C) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 64$

(D) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$



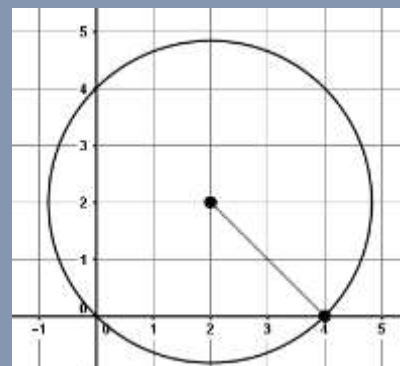
6) La figura adjunta representa una circunferencia. De acuerdo con los datos proporcionados, el radio de la circunferencia mide

(A) $2\sqrt{2}$

(B) 2

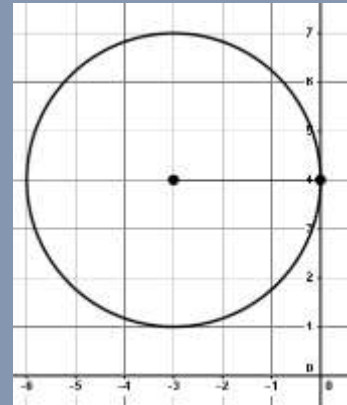
(C) 8

(D) 16



- 7) La figura adjunta representa una circunferencia. De acuerdo con los datos proporcionados, la ecuación de la circunferencia corresponde a

- (A) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 3$ (B) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 3$
(C) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$ (D) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$



Analice el siguiente escenario

La ecuación de una circunferencia está dada por $3(x + 8)^2 + 3y^2 = 15$.

De acuerdo con la información anterior, conteste las preguntas 8 y 9.

- 8) El centro de esa circunferencia está dado por

- (A) $(-8, 0)$ (B) $(8, 0)$
(C) $(-8, 3)$ (D) $(0, -8)$

- 9) La medida del radio de la circunferencia corresponde a

- (A) 5 (B) $\sqrt{5}$
(C) 15 (D) $\sqrt{15}$

- 10) La ecuación de una circunferencia está dada por $\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + (y - 1)^2 = 3$. El radio de esa circunferencia mide

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{4}{3}$
(C) 3 (D) 9

11) Los extremos de un diámetro de una circunferencia son $(6,1)$ y $(6,6)$. El radio de esa circunferencia mide

- (A) 2,5 (B) 6,25
(C) 5 (D) 1,5

12) La ecuación de una circunferencia cuyo centro coincide con el punto -5 del eje de las ordenadas y su radio es de 12, corresponde a

- (A) $(x+5)^2 + y^2 = 12$ (B) $x^2 + (y-5)^2 = 12$
(C) $(x-5)^2 + y^2 = \sqrt{12}$ (D) $x^2 + (y+5)^2 = 144$

13) La ecuación de una circunferencia que pasa por el origen y cuyo radio mide $\sqrt{5}$, corresponde a

- (A) $(x+5)^2 + (y+5)^2 = 25$ (B) $x^2 + y^2 = 5$
(C) $x^2 + y^2 = 25$ (D) $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$

14) En una circunferencia el centro está ubicado en el punto $(-2,3)$ y pasa por el origen. La medida del radio de esa circunferencia corresponde a

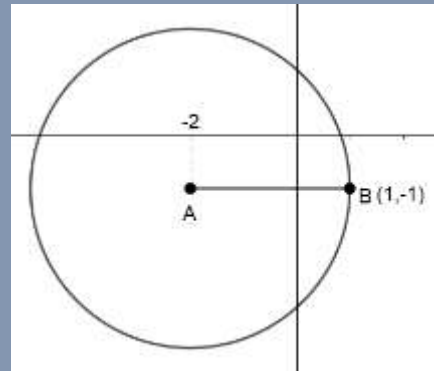
- (A) 13 (B) 169
(C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{5}$

15) La ecuación de una circunferencia cuyo diámetro mide 10 y su centro está ubicado en $(-7,1)$, corresponde a

- (A) $(x-7)^2 + (y+1)^2 = 25$ (B) $(x+7)^2 + (y-1)^2 = 25$
(C) $(x+7)^2 + (y-1)^2 = 100$ (D) $(x-7)^2 + (y+1)^2 = 10$

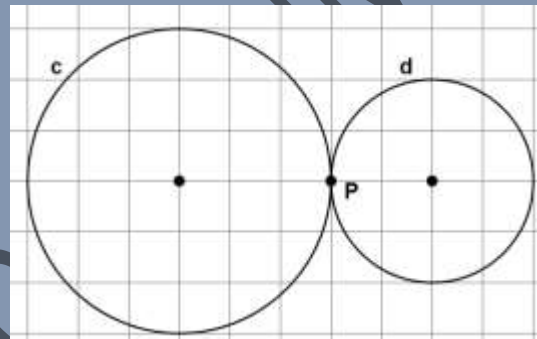
16) Según la representación gráfica de la circunferencia C, de centro A ¿cuál es la ecuación de C?

- (A) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$
 (B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 (C) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$
 (D) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$



17) Considere la figura, donde se representan dos circunferencias tangentes en el punto P y donde la ecuación de "c" está dada por $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$

De acuerdo a la información proporcionada, el centro de la circunferencia "d" está dado por



- (A) (1, 3) (B) (2, 0)
 (C) (-2, 1) (D) (3, 1)

18) Si los puntos de una circunferencia C equidistan del punto $(-\sqrt{3}, 1)$ y la medida del diámetro es 14, entonces la ecuación de C corresponde a

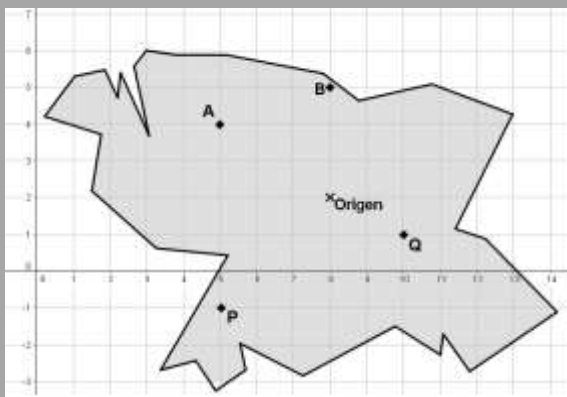
- (A) $(x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = 49$
 (B) $(x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = 14$
 (C) $(x + \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 49$
 (D) $(x + \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 196$

Analice el siguiente escenario:

En un sector industrial hubo una fuerte explosión, cuyos gases pueden llegar a ser muy peligrosos para la población cercana. Por tal motivo, la Comisión de Emergencias decide delimitar el área de mayor riesgo, bajo un radio determinado.

En el mapa que se adjunta, correspondiente al municipio donde se dio la emergencia, se ubica el origen de la explosión en la coordenada (8,2).

La Comisión ubica el punto B como uno de los límites del área de evacuación; esto es en la coordenada (8,5).



De acuerdo con el escenario anterior, conteste las preguntas 19 y 20.

19) ¿Cuántos kilómetros mide el radio que utilizó la Comisión Nacional de Emergencias, para delimitar la zona de riesgo?

--	--	--	--	--	--

20) Considere las siguientes proposiciones.

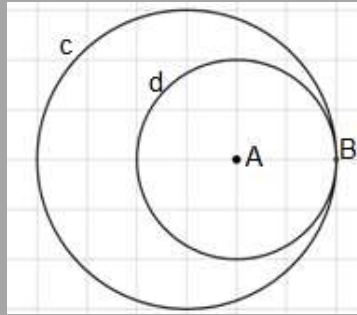
- I. El municipio A, que se ubica en las coordenadas (5,4) está en la zona de peligro.
- II. El municipio B, ubicado en las coordenadas (10,1) está fuera del rango de peligro.

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) Solo la I | (B) Ambas |
| (C) Ninguna | (D) Solo la II |

Analice el siguiente escenario:

En la figura, la ecuación de la circunferencia “c” está dada por $(x - 2)^2 + y^2 = 9$ y el punto B pertenece a las circunferencias “c” y “d”. A es el centro de “d”



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 21 y 22

21) Analice las siguientes proposiciones

- I. La medida del radio de la circunferencia “c” es una unidad mayor a la medida del radio de la circunferencia “d”
- II. Todo punto que pertenece a la circunferencia “d”, a excepción de B, está en el interior de la circunferencia “c”

De ellas, son verdaderas

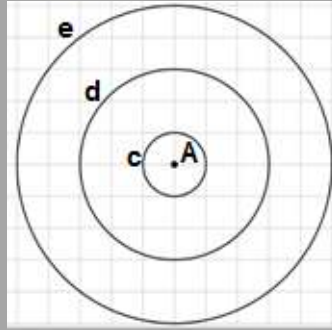
- | | |
|---------------|----------------|
| (A) Solo la I | (B) Ambas |
| (C) Ninguna | (D) Solo la II |

22) La ecuación de la circunferencia “d” está dada por

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| (A) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$ | (B) $(x - 3)^2 + y^2 = 4$ |
| (C) $(x - 3)^2 + y^2 = 2$ | (D) $(x + 3)^2 + y^2 = 4$ |

Analice el siguiente escenario:

En la figura adjunta, A es el centro de las circunferencias “c”, “d” y “e”. La ecuación de “d” está dada por $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 36$.



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 23, 24 y 25

23) La medida del radio de la circunferencia “c” corresponde a

- | | |
|-------|-------|
| (A) 2 | (B) 4 |
| (C) 1 | (D) 3 |

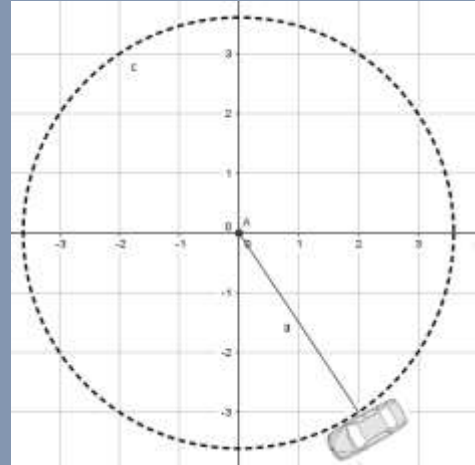
24) La ecuación de la circunferencia “e” corresponde a

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| (A) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 100$ | (B) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 5$ |
| (C) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 25$ | (D) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 10$ |

25) Un punto que pertenece a la circunferencia “d” corresponde a

- | | |
|-----------|------------|
| (A) (3,5) | (B) (15,6) |
| (C) (0,2) | (D) (6,10) |

- 26) Un carro de juguete que funciona con baterías, es atado con una cuerda, la cual a su vez está sostenida a un palo. De este modo el carro gira formando una circunferencia alrededor del palo. Si cada unidad de la figura adjunta representa 10 cm, ¿cuánto mide aproximadamente el radio de esa trayectoria?



- (A) 22,36 cm (B) 36,05 cm
(C) 5cm (D) 13 cm

- 27) Los extremos de un diámetro son (0,1) y (2,5). Un punto que está en el exterior de la circunferencia corresponde a

- (A) (1,3) (B) (3,5)
(C) (2,4) (D) (0,5)

Analice el siguiente escenario

La ecuación de una circunferencia está dada por $6x^2 + 6(y - 7)^2 = 150$.

De acuerdo con la información anterior, conteste las preguntas 28, 29 y 30

- 28) La medida del radio de la circunferencia es la siguiente

--	--	--	--	--	--

- 29) Considere las siguientes proposiciones referidas a la circunferencia

- I. El punto (5,2) es exterior a la circunferencia
II. La recta $y = \frac{3}{2}x + 3$ es secante a la circunferencia

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la I (B) ambas
(C) ninguna (D) solo la II

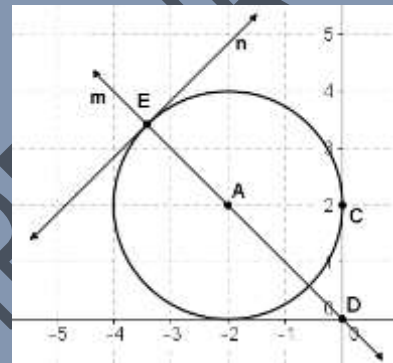
- 30) Si la circunferencia es trasladada 3 unidades a la derecha y dos hacia abajo, la ecuación resultante corresponde a

- (A) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$ (B) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 5^2$
 (C) $(x+3)^2 + (y-10)^2 = 25$ (D) $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 5^2$

- 31) En la figura, A es el centro de la circunferencia y "n" una recta tangente a dicha circunferencia en el punto E $\left(-\frac{41}{12}, \frac{41}{12}\right)$.

La ecuación de la recta "n" corresponde a

- (A) $y = -x$ (B) $y = x + \frac{41}{12}$
 (C) $y = x + \frac{41}{6}$ (D) $y = \frac{41}{12}x$



- 32) Considere la circunferencia cuya ecuación es C: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$. Analice las siguientes proposiciones

- I. La recta $y = 1 - x$ es secante a C en los puntos $(-2, 3)$ y $(2, -1)$
 II. El centro de C es $(-1, -2)$

De ellas, son verdaderas

- (A) Solo la I (B) Ambas
 (C) Ninguna (D) Solo la II

- 33) Considere la circunferencia cuya ecuación es C: $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 41$. Analice las siguientes proposiciones

- I. La recta $y = \frac{-5x}{4} + 10$ es exterior a la C
 II. $(2, 6)$ pertenece al interior de C

De ellas, son verdaderas

- (A) Solo la II (B) Ambas
 (C) Ninguna (D) Solo la I

- 34) Considere la circunferencia C con centro $(-4,-3)$ y radio 2.
Analice las siguientes proposiciones

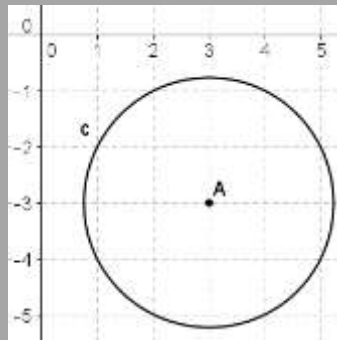
- I. La recta $x + y = -3$ es exterior a C
- II. $(-4,-1)$ pertenece a C

De ellas, son verdaderas

- | | |
|-------------|----------------|
| (A) Ambas | (B) Solo la II |
| (C) Ninguna | (D) Solo la I |

Analice el siguiente escenario:

A la circunferencia "c" de la figura, se le aplica una traslación de vector $(-2, 3)$, obteniendo una circunferencia "d".



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 34 y 35

- 35) Según esa información, analice las siguientes proposiciones.

- I. La ecuación de "d" está dada por $(x-1)^2 + y^2 = 5$
- II. En la circunferencia "c" se cumple que $r < 2$

De ellas, con certeza son verdaderas

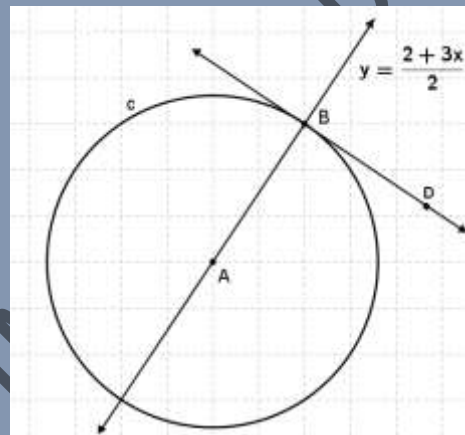
- | | |
|-------------|----------------|
| (A) Ambas | (B) Solo la II |
| (C) Ninguna | (D) Solo la I |

36) Un punto que es interior tanto de “c” como de “d” corresponde a

- (A) $(1, -1)$ (B) $\left(2, \frac{-3}{2}\right)$
 (C) $(3, -1)$ (D) $(2, -3)$

37) En la figura adjunta $\overrightarrow{DB}$ es tangente en B a la circunferencia “c” con centro A. Una posible ecuación para la $\overrightarrow{DB}$ corresponde a

- (A) $y = \frac{3x+5}{2}$ (B) $y = \frac{2x+1}{3}$
 (C) $y = \frac{-2x+7}{3}$ (D) $y = \frac{-3x+11}{2}$



38) ¿Cuál de las siguientes opciones representa la ecuación de la circunferencia cuyo centro es C $(-1, 2)$ y radio 4?

- (A) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 19 = 0$ (B) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0$
 (C) $x^2 + y^2 - 19 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 13 = 0$

39) ¿Cuál de las siguientes opciones representa la ecuación ordinaria de la circunferencia para la ecuación $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 22 = 0$? [Requiere completar cuadrados]

- (A) $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 7$ (B) $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 7$
 (C) $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 7$ (D) $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 7$

- 40) ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 - 10x + 2y - 1 = 0$, si la recta pasa por el punto de tangencia (8,3)?

(A) $y = \frac{4}{3}x + 9$ (B) $y = \frac{4x - 23}{3}$
(C) $y = \frac{-3}{4}x + 9$ (D) $y = \frac{-3x + 23}{4}$

- 41) La ecuación de la circunferencia "c" que resulta de trasladar el punto (5, -4) de $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 5 = 0$ al origen, corresponde a
[Requiere completar cuadrados]

(A) $x^2 + y^2 = 6$ (B) $x^2 + y^2 = 36$
(C) $(x - 10)^2 + (y + 8)^2 = 6$ (D) $x^2 + y^2 = 5$

- 42) En dos establecimientos de un Mall tienen modem inalámbricos cuya señal tiene una cobertura de alcance circular. Si se consideran los dos locales en un mismo plano, las ecuaciones de alcance, están dadas por:

Local A $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Local B $(x - 7)^2 + (y - 7)^2 = 37$

Si una persona está ubicada en las coordenadas (4,2), entonces, ¿cuál o cuáles señales puede percibir su celular?

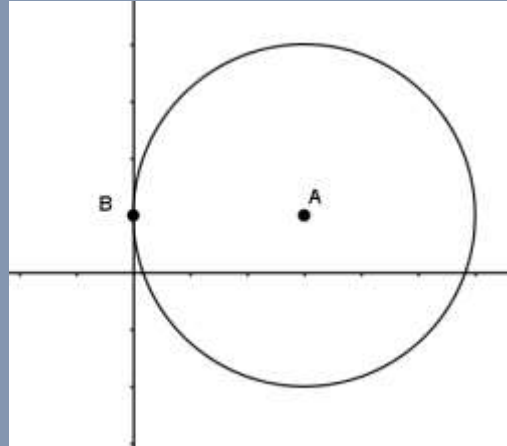
(A) Ninguna (B) Solo del local B
(C) Solo del local A (D) Del local A y B

- 43) En la figura adjunta, la circunferencia de centro A (3,1) es tangente al eje "y" en el punto (0,1).

Según la información, considere las proposiciones:

- I. La recta $y = 4$ es tangente a la circunferencia
- II. La recta $y = -x + 7$ es secante a la circunferencia.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?



- (A) Ambas (B) Solo la I
(C) Ninguna (D) Solo la II

- 44) Los extremos de un radio de una circunferencia son los puntos M (1,3) N (3,2), donde N es el centro de la circunferencia. Entonces la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto M corresponde a

- (A) $y = \frac{1}{2}x + 1$ (B) $y = 2x + 1$
(C) $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (D) $y = -2x + 1$

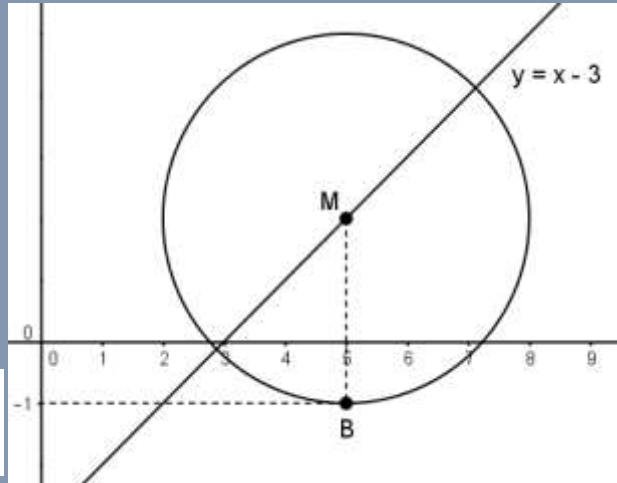
- 45) A la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 9$ se le aplica una traslación, de modo que su centro se ubique en el III cuadrante y ambos ejes sean tangentes a esa circunferencia. ¿cuál es la ecuación de esa circunferencia?

- (A) $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$ (B) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
(C) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$ (D) $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$

- 46) En la figura adjunta, M pertenece a la recta $y = x - 3$ y es el centro de la circunferencia.

De acuerdo con la información proporcionada, la medida del radio es la siguiente

--	--	--	--	--	--



- 47) Un radar puede detectar embarcaciones a una distancia menor o igual a 100 km a su alrededor (suponga que este radar, en su alcance máximo forma una circunferencia y que está centrado en el origen de un sistema de coordenadas).

De acuerdo con la información, analice las siguientes proposiciones

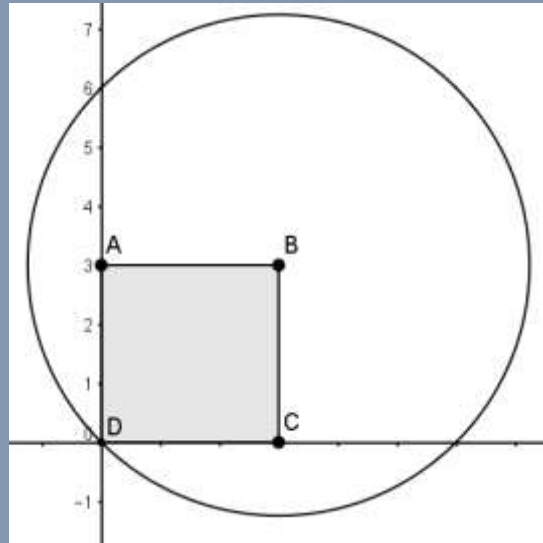
- I. El diámetro de la circunferencia máxima que describe el radar es de 100km
- II. Una embarcación ubicada 80 km norte y 70 km este del radar, es detectada por él

De ellas son verdaderas

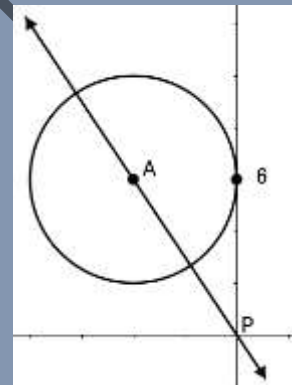
- | | |
|-------------|----------------|
| (A) Ambas | (B) Solo la I |
| (C) Ninguna | (D) Solo la II |

- 48) En la figura, el centro de la circunferencia coincide con el vértice B del cuadrado ABCD. Entonces, ¿cuál es la medida del radio de esa circunferencia?

(A) $3\sqrt{2}$ (B) 18
(C) 3 (D) 9

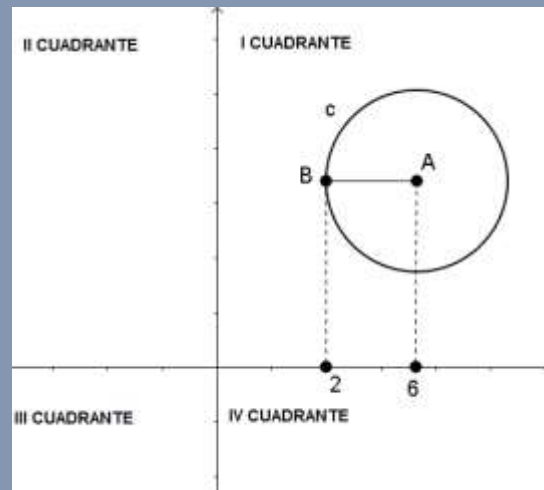


- 49) Considere la representación gráfica adjunta, en la cual el eje "y" es tangente a la circunferencia de centro A. Si $AP = 10$, ¿cuál es la medida del radio de la circunferencia?

 ,


- 50) Si c' es una traslación de c , de modo que ambos ejes coordenados sean tangentes a c' y su centro se ubique en el IV cuadrante, entonces la ecuación de c' corresponde a

(A) $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
(B) $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
(C) $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 4$
(D) $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 4$



51) El punto de tangencia de la recta $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(-x + 2)$ con la circunferencia es el siguiente

(A) $\left(-\frac{4}{3}, 1\right)$

(B) $(-2, 2)$

(C) $(-2, -2)$

(D) $\left(-1, \frac{4}{3}\right)$

52) La ecuación de una circunferencia está dada por $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$. Un punto interior a esa circunferencia corresponde a

(A) $(6, -3)$

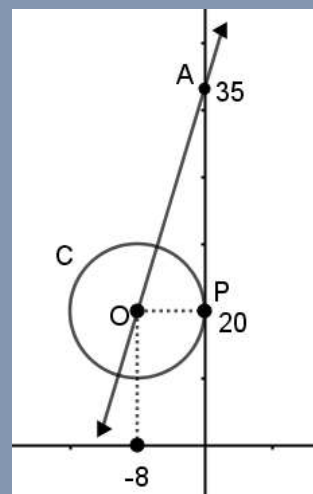
(B) $(6, -1)$

(C) $(5, -4)$

(D) $(0, 0)$

53) Considere la representación gráfica adjunta de la circunferencia C de centro O, en la cual el "eje y" es tangente en P a la circunferencia. Según los datos proporcionados, ¿cuál es la medida de $\overline{OA}$?

--	--	--	--	--	--



54) Considere las proposiciones referidas a la representación gráfica adjunta de la circunferencia C de centro O

I. La recta $y = 3$ es tangente a C

II. La recta $x = -1$ es exterior a C

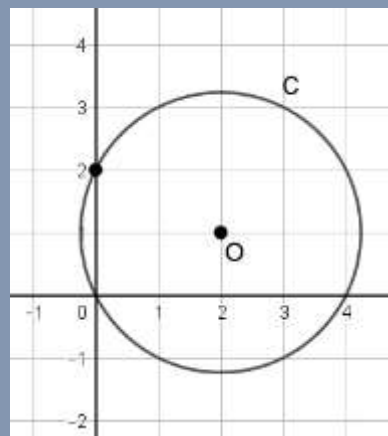
De ellas, son verdaderas

(A) Ambas

(B) Solo la I

(C) Ninguna

(D) Solo la II



- 55) Si la circunferencia C , dada por $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 7$, se traslada cuatro unidades hacia la derecha (horizontalmente) y cinco unidades hacia abajo (verticalmente), entonces se obtiene otra circunferencia C' cuyo centro corresponde al punto:

(A) $(9, -8)$	(B) $(-1, -2)$
(C) $(-9, 8)$	(D) $(1, 2)$

- 56) Sea C una circunferencia de centro $(-4, 3)$ y cuyo radio mide 2. C' es la circunferencia que se obtiene al trasladar la circunferencia C , 6 unidades a la derecha (horizontalmente) y dos unidades hacia abajo (verticalmente).

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. C' interseca en dos puntos el "eje x ".
- II. C' interseca en un único punto el "eje y ".

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

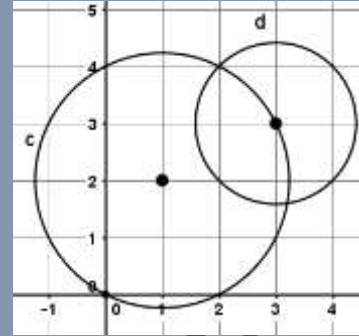
(A) Ambas	(B) Solo la I
(C) Ninguna	(D) Solo la II

- 57) Una circunferencia " C " de ecuación $x^2 + (y-1)^2 = 11$ se traslada con un vector de traslación de $(-5, 8)$, obteniéndose la circunferencia " D ". El centro de la circunferencia " D " corresponde a

(A) $(5, -9)$	(B) $(-5, 9)$
(C) $(0, 7)$	(D) $(5, 7)$

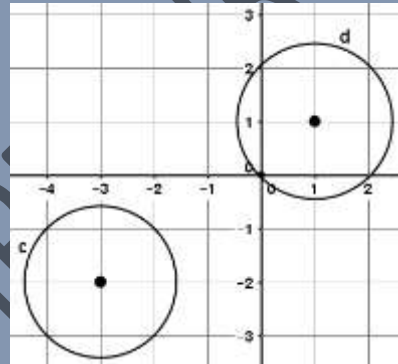
- 58) De acuerdo con los datos de la figura adjunta, un punto que pertenece al interior tanto de la circunferencia "d" como al de la "c" corresponde a

(A) (3,3) (B) (4,3)
(C) (2,3) (D) (-1,2)



- 59) En la figura se muestra una circunferencia "c" a la que se le aplicó una traslación, obteniéndose la circunferencia "d". ¿Cuál fue el vector de traslación que se aplicó de la circunferencia "c" para obtener la "d"?

(A) (4,3) (B) (-4,-3)
(C) (3,4) (D) (-3,-4)



- 60) Considere la circunferencia C dada por $x^2 + y^2 = 5$ y las siguientes ecuaciones de rectas:

I. $y = 5$

II. $y = x$

De las ecuaciones anteriores, ¿cuál o cuáles corresponden a rectas secantes a la circunferencia C?

(A) Ambas (B) Solo la I
(C) Ninguna (D) Solo la II

- 61) Considere las siguientes proposiciones referentes a la circunferencia C, dada por $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 9$, la cual debe trasladarse, de manera que sea tangente al eje de las abscisas:

I. C puede trasladarse 3 unidades hacia arriba

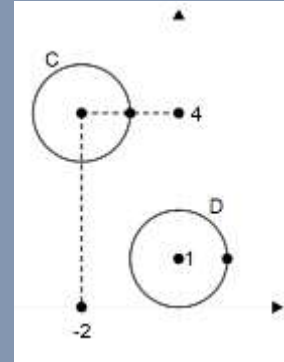
II. La ubicación del centro de C, luego de la traslación, puede ser el punto (1,2)

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

(A) Ambas (B) Solo la I
(C) Ninguna (D) Solo la II

- 62) De acuerdo con la información proporcionada en la figura, ¿cuál fue la traslación aplicada a C para obtener D?

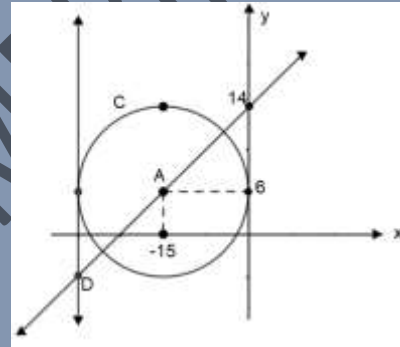
- (A) Tres unidades a la izquierda y dos unidades hacia abajo
 (B) Dos unidades a la izquierda y tres unidades hacia abajo
 (C) Dos unidades a la derecha y tres unidades hacia arriba
 (D) Tres unidades a la derecha y dos unidades hacia arriba



En la figura adjunta, A es el centro de la circunferencia C. De acuerdo a los datos proporcionados, conteste las preguntas 63 y 64

- 63) Analice las siguientes proposiciones:
 I. La recta $x = -30$ es tangente a C
 II. La recta $y = -1$ es secante a C
 De ellas, son verdaderas

- (A) Ambas (B) Solo la I
 (C) Ninguna (D) Solo la II

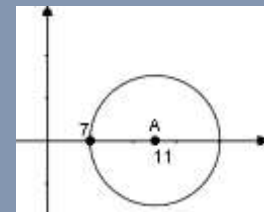


- 64) ¿Cuál es la medida de $\overline{AD}$?

--	--	--	--	--	--

- 65) De acuerdo con la figura adjunta, una recta tangente a la circunferencia de centro A, corresponde a

- (A) $x = 14$ (B) $y = -5$
 (C) $y = 3$ (D) $x = 15$

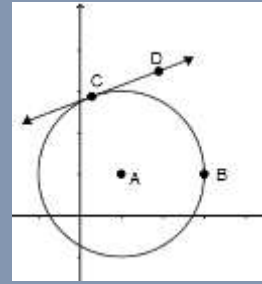


- 66) La ecuación de la circunferencia C, está dada por $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 100$. C' es la circunferencia que se obtiene de trasladar C, tres unidades hacia abajo y 6 unidades a la derecha, cuya ecuación es $(x - h)^2 + (y - h)^2 = 100$ ¿Cuál es el valor de "h"?

--	--	--	--	--	--

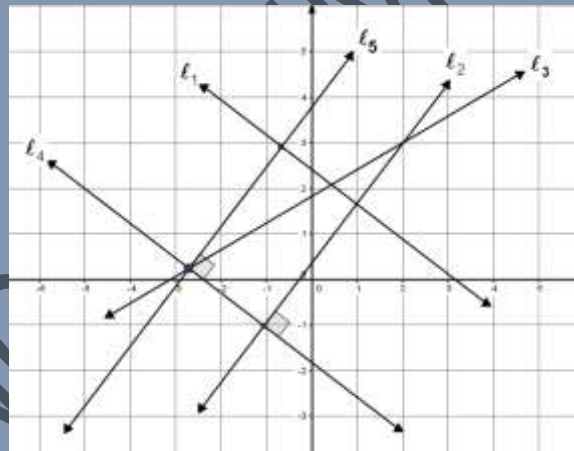
- 67) En la figura adjunta, $\overleftrightarrow{CD}$ es tangente en C a la circunferencia de centro A. Según la información proporcionada, es verdadero que $\overleftrightarrow{AC}$ es

- (A) paralela a $\overleftrightarrow{DB}$
 (B) perpendicular a $\overleftrightarrow{DC}$
 (C) perpendicular a $\overleftrightarrow{AD}$
 (D) perpendicular a $\overleftrightarrow{AB}$



- 68) De acuerdo con los datos de la figura adjunta, una recta paralela a ℓ_1 corresponde a

- (A) ℓ_2 (B) ℓ_3
 (C) ℓ_4 (D) ℓ_5



- 69) Considere las ecuaciones de las rectas ℓ_1 y ℓ_2 :

$$\ell_1: y = m_1x + b_1$$

$$\ell_2: y = m_2x + b_2$$

Si $\ell_1 \perp \ell_2$, entonces con certeza se cumple que

- (A) $m_1 \cdot m_2 = -1$ (B) $m_1 = \frac{1}{m_2}$
 (C) $m_1 = m_2$ (D) $b_2 = b_1$

70) La ecuación de la recta ℓ_1 está dada por $y = 5x - 3$, entonces la ecuación de una recta paralela a ℓ_1 corresponde a

- (A) $y = 9 + 5x$ (B) $y = \frac{x}{5} - 3$
 (C) $y = \frac{x-8}{5}$ (D) $y = 5$

71) La ecuación de la recta ℓ_1 está dada por $8y = 6x + 4$, entonces la ecuación de una recta perpendicular a ℓ_1 corresponde a

- (A) $y = \frac{3x+1}{4}$ (B) $y = \frac{-4x}{3} + 1$
 (C) $y = \frac{-11+4x}{3}$ (D) $y = \frac{-x-5}{6}$

72) Considere las ecuaciones de las rectas ℓ_1 y ℓ_2 :

$$\ell_1: y = \frac{2x-1}{3}$$

$$\ell_2: 6y = 4x + 7$$

Según la información proporcionada, se cumple que

- (A) ℓ_1 se interseca con ℓ_2 (B) $\ell_1 \perp \ell_2$
 (C) $\ell_1 \parallel \ell_2$ (D) la pendiente de ℓ_2 es 4

73) Considere las ecuaciones de las rectas ℓ_1 y ℓ_2 :

$$\ell_1: 5y - 1 = 0$$

$$\ell_2: y = -5$$

Según la información proporcionada, se cumple que

- (A) $\ell_1 \perp \ell_2$ (B) ℓ_1 se interseca con ℓ_2
 (C) $\ell_1 \parallel \ell_2$ (D) la pendiente de ℓ_1 es $\frac{1}{5}$

Habilidad 2: Calcular áreas y perímetros de polígonos.**Conocimientos****Polígonos**

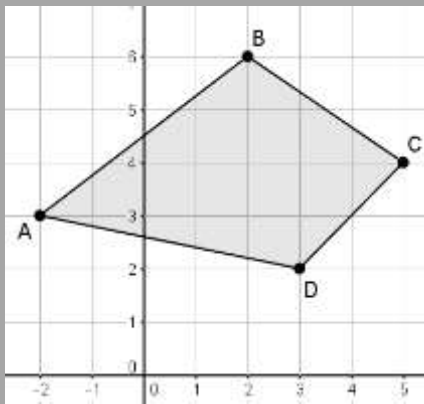
- ☐ Lado
- ☐ Radio
- ☐ Apotema
- ☐ Ángulo central
- ☐ Ángulo interno
- ☐ Ángulo externo
- ☐ Diagonal
- ☐ Perímetro
- ☐ Área
- ☐ Relaciones métricas

Habilidades Específicas

- 2.1 Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos.
- 2.2 Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos.
- 2.3 Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos.
- 2.4 Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.
- 2.5 Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.
- 2.6 Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.

Analice el siguiente escenario:

Considere el $\square$ ABCD



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 1 y 2

1)

El área del $\square$ ABCD es la siguiente

--	--	--	--	--	--

2)

El perímetro aproximado del $\square$ ABCD corresponde a

(A) 9,33

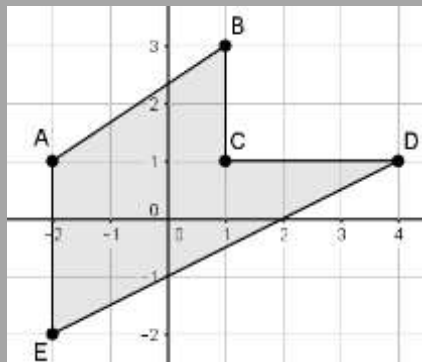
(B) 87,07

(C) 16,53

(D) 273,24

Analice el siguiente escenario:

Considere el pentágono ABCDE



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 3 y 4

3) El perímetro aproximado del pentágono corresponde a

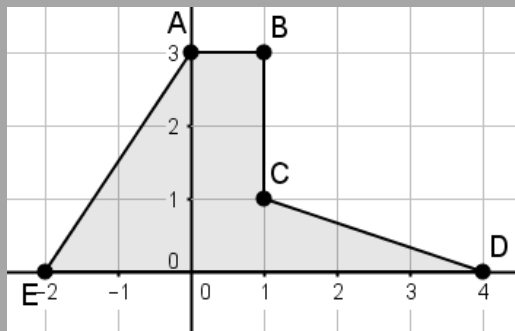
- (A) 12 (B) 17
(C) 13,14 (D) 18,31

4) El área del pentágono ABCDE es la siguiente

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Considere el pentágono ABCDE



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 5 y 6

5) El perímetro aproximado del pentágono corresponde a

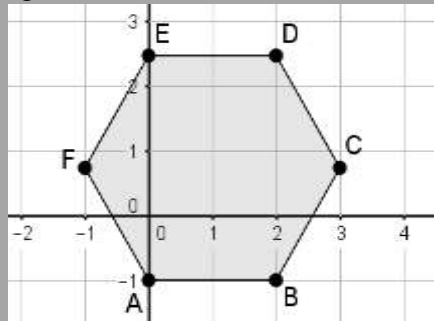
- (A) 9,76 (B) 15,76
(C) 13, 23 (D) 14,76

6) El área del pentágono ABCDE es la siguiente

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Considere el hexágono regular ABCDEF



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 7y 8

7) El perímetro del hexágono es el siguiente

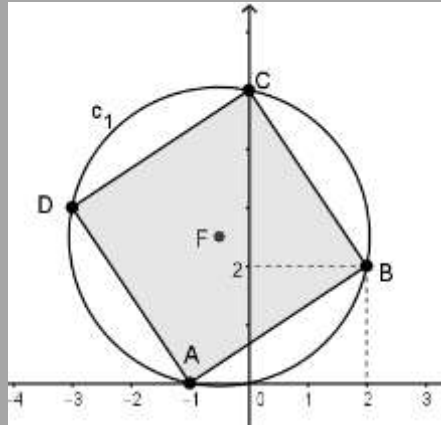
--	--	--	--	--	--

8) El área del hexágono ABCDEF corresponde a

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$
(C) 12 (D) $24\sqrt{3}$

Analice el siguiente escenario:

Considere el cuadrado, cuyos vértices pertenecen la circunferencia c_1



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 9, 10 y 11

9) La medida de la apotema del cuadrado ABCD corresponde a

- (A) 3
(B) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
(C) 1,5
(D) $\sqrt{13}$

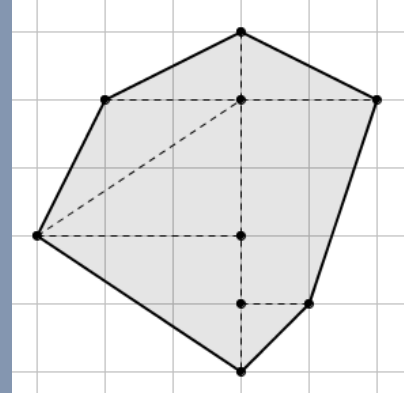
10) El área del $\square$ ABCD corresponde a

- (A) $4\sqrt{13}$
(B) 52
(C) $\sqrt{13}$
(D) 13

11) ¿Cuánto mide el radio de c_1 ?

- (A) $\sqrt{26}$
(B) $2\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{13}$
(D) $\sqrt{52}$

- 12) En la figura adjunta, cada cuadrícula representa 1 cm de lado. Entonces, el área del polígono sombreado es la siguiente

 ,


Analice el siguiente escenario:

Un pentágono convexo ABCDE tiene por vértices A(4,4), B(6,2), C(7,-3), D(-1,-3), E(-1,2)

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 13, 14 y 15

- 13) El área del pentágono es la siguiente

 ,

- 14) El perímetro aproximado del pentágono corresponde a

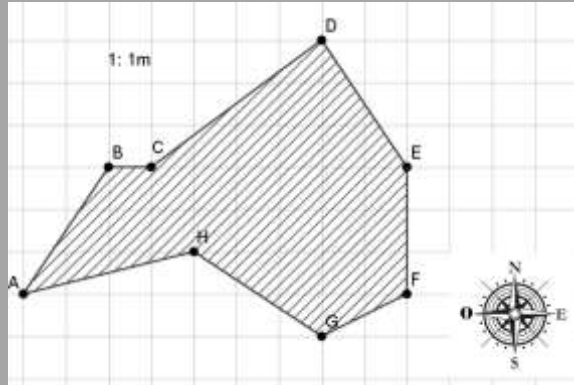
- | | |
|-----------|-----------|
| (A) 11,54 | (B) 5,12 |
| (C) 26,31 | (D) 20,93 |

- 15) La medida de la diagonal BD corresponde a

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (A) $2\sqrt{3}$ | (B) $\sqrt{74}$ |
| (C) 74 | (D) 12 |

Analice el siguiente escenario:

Al dueño de una propiedad desea sembrar zacate a todo el terreno y cercar su lote. El metro cuadrado de zacate, ya sembrado, tiene un valor de ₡1 250, mientras que el metro lineal de cable para cercar, tiene un costo de ₡2 200



Cada cuadrícula corresponde a un metro.

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 16, 17

16) El costo, en colones, para colocar zacate en todo el terreno, corresponde a

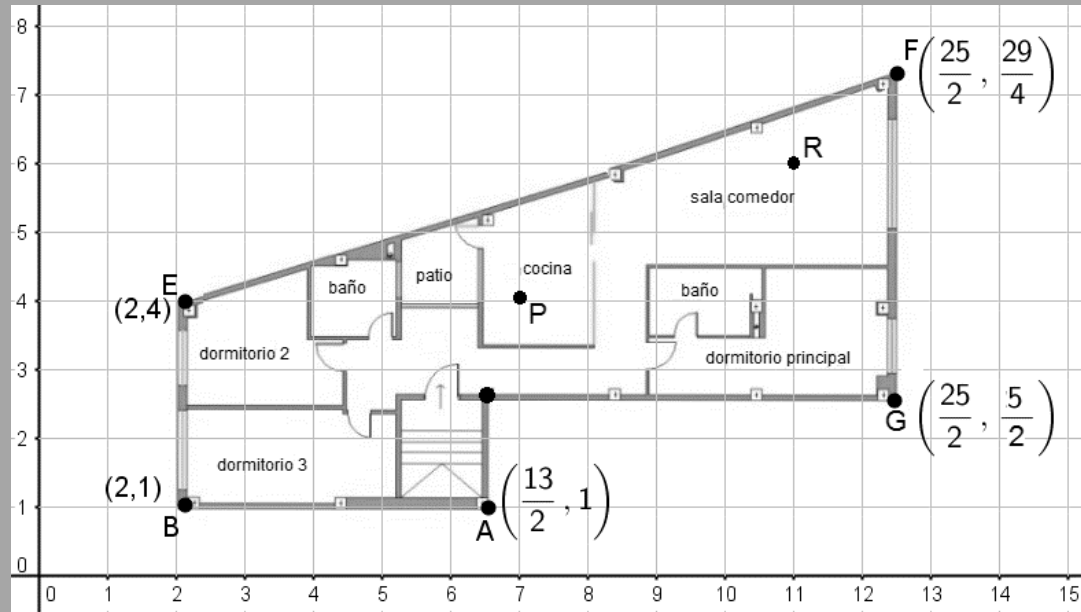
- | | |
|------------|-------------|
| (A) 70 400 | (B) 40 0000 |
| (C) 32 000 | (D) 20 000 |

17) El costo aproximado, en colones, para cercar todo el terreno, corresponde a

- | | |
|---------------|------------|
| (A) 26 190 | (B) 57 618 |
| (C) 32 737, 5 | (D) 52 380 |

Analice el siguiente escenario:

En el dibujo se presenta el plano de una casa. Cada espacio del plano cartesiano representa **4 metros** reales.



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 18 y 19

18) ¿Cuál es el área de la casa? [Cada unidad representa 4 metros]

--	--	--	--	--	--

19) Se desea colocar un cableado eléctrico del punto P al R. ¿Cuánto mide aproximadamente, en metros, esa distancia? [Cada unidad representa 4 metros]

- | | |
|-----------|-----------|
| (A) 20,59 | (B) 13,85 |
| (C) 17,88 | (D) 10,20 |

- 20) La señal de tránsito de "ALTO" tiene forma de octógono regular, cuyo lado mide 0,75m, ¿cuánto mide aproximadamente en metros cuadrados, su área?

(A) 6 (B) 2,72
(C) 3 (D) 1,36

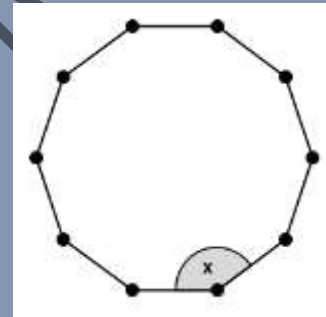


- 21) La suma de los ángulos internos de un polígono cuyo ángulo central mide 36° , corresponde a

(A) 1440° (B) 1800°
(C) 36° (D) 144°

- 22) La figura adjunta representa un polígono regular. El valor de "x" corresponde a

(A) 72° (B) 135°
(C) 36° (D) 144°



- 23) La señal de tránsito de "Ceda el paso" tiene forma de triángulo equilátero, cuyo lado mide 75cm. ¿Cuánto mide aproximadamente su apotema?

(A) 21,65 cm (B) 75 cm
(C) 43,30 cm (D) 37,5 cm



- 24) El área de un cuadrado es de 64cm^2 , entonces la medida de su apotema corresponde a

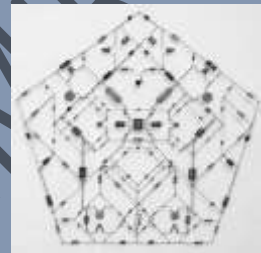
(A) 16 cm (B) $8\sqrt{2}\text{ cm}$
(C) $4\sqrt{2}\text{ cm}$ (D) 4 cm

- 25) El área de un hexágono regular es de $294\sqrt{3}\text{ cm}^2$, entonces la medida de su radio corresponde a

(A) 7 cm (B) $7\sqrt{3}\text{ cm}$
(C) 14 cm (D) 28 cm

- 26) Cierta circuito tiene forma pentagonal regular ¿Cuál es la medida aproximada de su radio, si el lado mide 12 cm?

(A) 20,40 cm (B) 7,41 cm
(C) 14,83 cm (D) 10,20 cm



- 27) Unos estantes tienen forma de hexágonos regulares, cuyo lado mide 10cm ¿Cuál es la medida aproximada de la apotema de uno de esos hexágonos?

(A) $10\sqrt{3}\text{ cm}$ (B) 5 cm
(C) 10 cm (D) $5\sqrt{3}\text{ cm}$



- 28) En un polígono regular, el radio mide 14cm y la apotema 7cm. La medida del lado de ese polígono corresponde a

(A) $7\sqrt{3}\text{ cm}$ (B) 3,5 cm
(C) 14 cm (D) $14\sqrt{3}\text{ cm}$

- 29) Una moneda antigua de cierta región gallega (España), tiene forma hexagonal regular. ¿Cuánto mide aproximadamente su área, si un lado mide 2,4cm?

(A) $2,49\text{ cm}^2$ (B) $14,40\text{ cm}^2$
(C) $7,48\text{ cm}^2$ (D) $14,96\text{ cm}^2$



- 30) ¿Cuántas diagonales desde un vértice se pueden trazar en un polígono regular cuyo ángulo interno mide $165,6^\circ$?

(A) 50	(B) 22
(C) 275	(D) 28

- 31) *Grace Herrera Amiguetti*, una artista costarricense hace sus pinturas sobre triángulos equiláteros. Si la longitud del lado de uno de esos triángulos es de 1 metro, entonces, ¿cuánto mide aproximadamente el área de ese triángulo?

(A) 3m^2	(B) $0,43\text{ m}^2$
(C) 1 m^2	(D) $0,21\text{ m}^2$

- 32) Si en una reunión hay 20 personas y todos se saludan entre sí con un apretón de manos, el número de saludos en total es igual al número de diagonales totales que tiene un polígono regular de 20 lados. ¿Cuántos apretones de manos se dan entre 20 personas?

(A) 17	(B) 170
(C) 23	(D) 340

- 33) Si el área de un triángulo equilátero es de $9\sqrt{3}\text{ dm}^2$, entonces la medida de su altura corresponde a

(A) $3\sqrt{3}\text{ dm}$	(B) 6 dm
(C) $\frac{3}{2}\sqrt{3}\text{ dm}$	(D) 3 dm

- 34) La superficie de una mesa es cuadrada, cuya área es de $2,25\text{m}^2$. Entonces el perímetro de la superficie de esa mesa corresponde a

(A) $5,06\text{m}$	(B) 3m
(C) 6 m	(D) $0,56\text{m}$

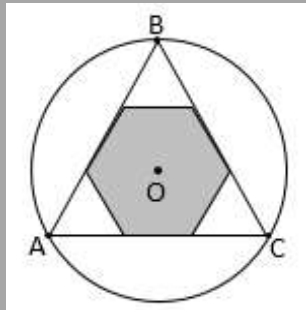


- 35) Si el radio de un círculo circunscrito a un hexágono regular mide 12cm, entonces el área de ese polígono corresponde a

- (A) $54\sqrt{3}$ cm (B) $36\sqrt{3}$ cm
(C) $216\sqrt{3}$ cm (D) 140 cm

Analice el siguiente escenario:

En la figura, el lado del triángulo equilátero ABC es 6 cm y el hexágono regular está inscrito en $\triangle ABC$.



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 36 y 37

- 36) La medida del radio de la circunferencia corresponde a

- (A) $2\sqrt{3}$ cm (B) 6 cm
(C) $3\sqrt{3}$ cm (D) 3cm

- 37) La medida de la apotema del hexágono corresponde a

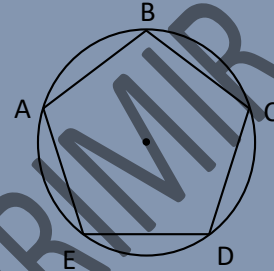
- (A) $2\sqrt{3}$ cm (B) $3\sqrt{3}$ cm
(C) $\sqrt{3}$ cm (D) 3cm

- 38) ¿Cuál es el área, en cm^2 , de la parte sombreada?

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$
 (C) $\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$

39) De acuerdo con los datos de la figura, si la longitud de la circunferencia en la que está inscrito el pentágono regular ABCDE es π cm, entonces ¿cuál es aproximadamente el perímetro del pentágono?

- (A) 1,47 cm (B) 2,02 cm
 (C) 2,94 cm (D) 4,05 cm



40) ¿Cuál es la longitud del lado de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 6?

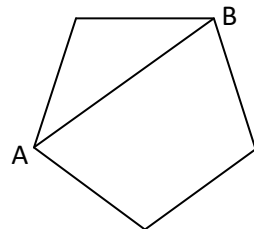
- (A) 12 (B) $3\sqrt{3}$
 (C) $6\sqrt{3}$ (D) $12\sqrt{3}$

41) Un hexágono regular y un triángulo equilátero tienen la misma área. Si el perímetro del hexágono es 48, entonces ¿cuál es el perímetro del triángulo?

- (A) 24 (B) $8\sqrt{6}$
 (C) $48\sqrt{3}$ (D) $24\sqrt{6}$

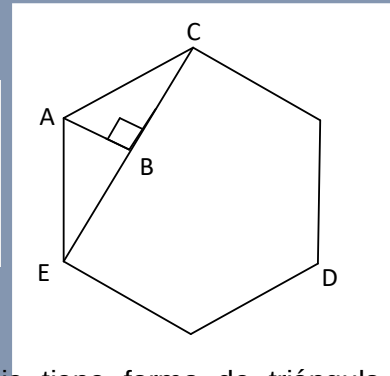
42) De acuerdo con la figura adjunta, si el perímetro del pentágono regular es 60, entonces la medida aproximada de la diagonal $\overline{AB}$ es

- (A) 9,71 (B) 14,11
 (C) 19,42 (D) 33,03



- 43) De acuerdo con hexágono regular adjunto, si $AB = 4$, entonces ¿cuál es la medida de $\overline{CD}$?

- (A) 8
(B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
(C) $4\sqrt{3}$
(D) $8\sqrt{3}$



- 44) En una escuela usan mesas cuya superficie tiene forma de triángulo equilátero de perímetro 225cm cada una. Al unir seis de esas mesas, se forma un hexágono regular. ¿Cuál es el perímetro de ese hexágono?

- (A) 675 cm
(B) 450 cm
(C) 75 cm
(D) 1 350 cm



- 45) Algunas especies de abejas, forman sus panales con celdas en forma hexagonal regular. El área de una celda de las abejas *Apis mellifera* es de aproximadamente $9\sqrt{3}\text{mm}^2$. ¿Cuál es la longitud aproximada del lado de una de esas celdas?

- (A) 6 mm
(B) 4,5mm
(C) 2,44 mm
(D) 1,73 mm



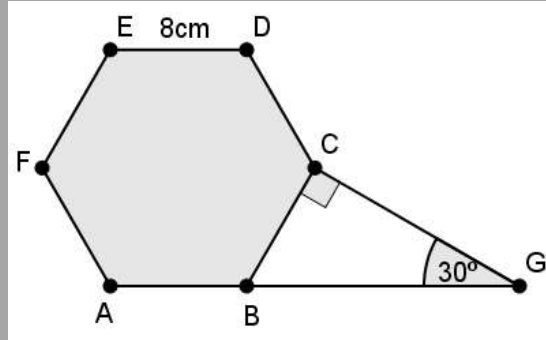
- 46) La rueda Chicago que se presenta en la ilustración adjunta, está formada por un dodecágono regular inscrito en un círculo. Si el radio del círculo mide 6 metros, entonces la medida aproximada del lado del dodecágono corresponde a

- (A) 5,23 m
(B) 3,10 m
(C) 10,26 m
(D) 6 m



Analice el siguiente escenario:

En la figura adjunta, ABCDEF es un hexágono regular



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 47, 48 y 49

47) El perímetro del polígono ABGCDEF corresponde a

- (A) $56 + 8\sqrt{3}$ cm (B) $64 + 8\sqrt{3}$ cm
(C) 56 cm (D) 64 cm

48) El área del polígono ABGCDEF corresponde a

- (A) $64 + 96\sqrt{3}$ cm² (B) $128\sqrt{3}$ cm²
(C) 128 cm² (D) $256\sqrt{3}$ cm²

49) La medida, en grados, del $\angle EDA$ es la siguiente

--	--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Con una lámina de metal se construyen 3 medallas con forma hexagonal regular, tal como lo muestra la figura. El largo de la lámina es de 18cm



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 50, 51 y 52

50) La medida de la apotema una de las medallas es la siguiente

--	--	--	--	--	--

51) La medida aproximada del ancho de la lámina corresponde a

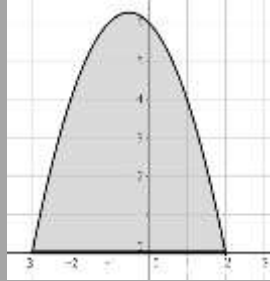
- | | |
|------------|-------------|
| (A) 3,46cm | (B) 6 cm |
| (C) 3 cm | (D) 6,92 cm |

52) La cantidad aproximada de material que sobra de la lámina al hacer las 3 medallas, corresponde a

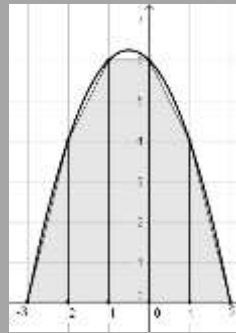
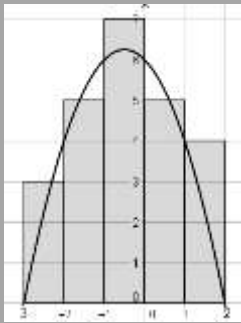
- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| (A) 31,18 cm ² | (B) 14,47 cm ² |
| (C) 114,31cm ² | (D) 75, 53 cm ² |

Analice el siguiente escenario:

Se desea aproximar el área sombreada de la siguiente figura:



Para tal fin, se utilizan dos procedimientos: en el primero se trabaja solo con rectángulos y en segundo con triángulos, rectángulos y trapecios, así:



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 53 y 54

53) El cálculo aproximado del área, al utilizar el segundo procedimiento fue de

- | | |
|------------------|------------------|
| (A) $36 u\ell^2$ | (B) $20 u\ell^2$ |
| (C) $24 u\ell^2$ | (D) $16 u\ell^2$ |

54) Analice las siguientes proposiciones

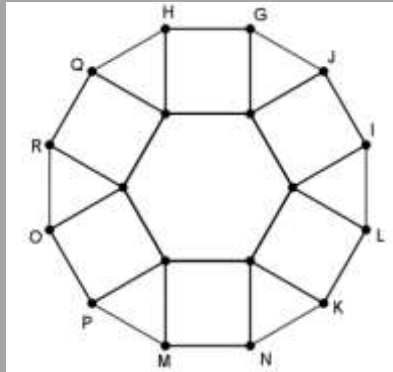
- I. El cálculo aproximado del área al utilizar el primer procedimiento, fue de $24 u\ell^2$
- II. Si el área de la región sombreada es de $\frac{125}{6} u\ell^2$, entonces la mejor aproximación se obtiene con el primer procedimiento.

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) Solo la I | (B) Solo la II |
| (C) Ambas | (D) Ninguna |

Analice el siguiente escenario:

La figura adjunta muestra un polígono HGJILKNMPORQ formado por un hexágono regular, seis cuadrados y un triángulo equilátero. El área de un triángulo equilátero es $9\sqrt{3}cm^2$



Según la información proporcionada, conteste las preguntas 55, 56 y 57

55) El área de uno de los cuadrados corresponde a

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (A) 9 cm^2 | (B) 36 cm^2 |
| (C) 24 cm^2 | (D) $18\sqrt{3}cm^2$ |

56) La medida de la apotema del hexágono corresponde a

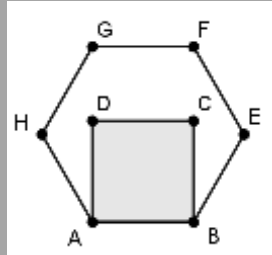
- | | |
|-------------------|-------------------|
| (A) $3\sqrt{2}cm$ | (B) 6 cm |
| (C) $3\sqrt{3}cm$ | (D) 3 cm |

57) El perímetro, en centímetros, del polígono HGJILKNMPORQ corresponde a

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Considere la siguiente figura, en la que se representa un hexágono regular ABEFGH y un cuadrado ABCD. El área del cuadrado es de 64 cm^2



Según la información proporcionada, conteste las preguntas 58 y 59

58) La medida de la apotema del hexágono corresponde a

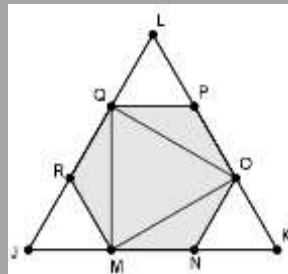
- | | |
|----------------------------|--------------------|
| (A) $4\sqrt{2} \text{ cm}$ | (B) 8 cm |
| (C) $4\sqrt{3} \text{ cm}$ | (D) 4 cm |

59) El área del hexágono corresponde a

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| (A) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | (B) $96\sqrt{3} \text{ cm}^2$ |
| (C) $384\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | (D) $64\sqrt{3} \text{ cm}^2$ |

Analice el siguiente escenario:

Considere la siguiente figura, donde el $\triangle JLK$ y $\triangle JMR$ son equiláteros. Además la medida de un lado del hexágono regular MNOPQR es de 10 cm



Según la información proporcionada, conteste las preguntas 60 y 61

60) El perímetro del $\triangle JLK$ corresponde a

--	--	--	--	--	--

61) El área del $\triangle QMO$ corresponde

(A) $\frac{15}{2}cm^2$

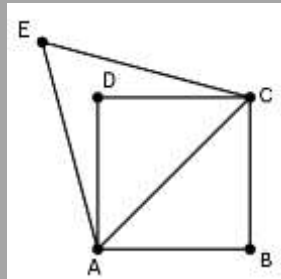
(B) $25\sqrt{3}cm^2$

(C) $75\sqrt{3}cm^2$

(D) $150\sqrt{3}cm^2$

Analice el siguiente escenario:

Considere la siguiente figura, donde el $\triangle AEC$ es equilátero y el $\square ABCD$ es un cuadrado. El área del $\triangle AEC$ es de $25\sqrt{3}$



Según la información proporcionada, conteste las preguntas 62 y 63

62) La medida de la diagonal del $\square ABCD$ corresponde a

--	--	--	--	--	--

63) El área del $\square ABCD$ corresponde a

--	--	--	--	--	--

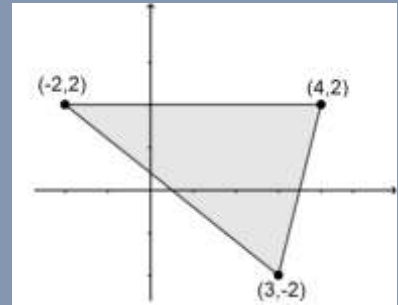
- 64) De acuerdo con los datos de la figura, el perímetro del triángulo corresponde a

(A) $6 + \sqrt{17} + \sqrt{41}$

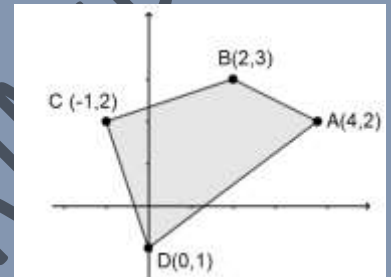
(B) 8

(C) $9 + \sqrt{5}$

(D) $\sqrt{6} + \sqrt{5} + 3$



- 65) De acuerdo con los datos de la figura, adjunta, el área del $\square ABCD$ corresponde a



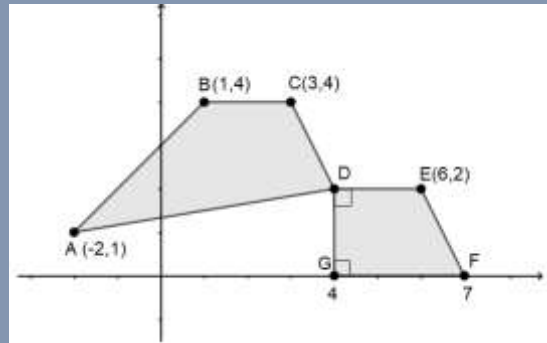
- 66) Un polígono regular tiene 170 diagonales totales, ¿cuánto mide cada ángulo interno de dicho polígono?

- 67) El ángulo central de un polígono regular mide 20° , si la longitud de un lado es de 12 cm ¿cuánto mide, en centímetros, el perímetro de dicho polígono?

- 68) El perímetro de un polígono regular es de 144 cm. Si desde un mismo vértice se pueden trazar 6 diagonales, ¿cuál es la longitud, en centímetros, de un lado de ese polígono?

- 69) La apotema de un polígono regular mide $7\sqrt{3}$ cm y un ángulo externo mide 60° . Si el área es de $294\sqrt{3}$ cm², ¿cuánto mide, en centímetros, el lado de dicho polígono?

Con la información de la figura adjunta, conteste las preguntas 70, 71 y 72



70) El perímetro aproximado del $\square ABCD$ corresponde a

- (A) 12,56 (B) 14,56
(C) 8,82 (D) 13,97

71) El área del $\square DEFG$ corresponde a

- (A) 6 (B) 10
(C) 12 (D) 5

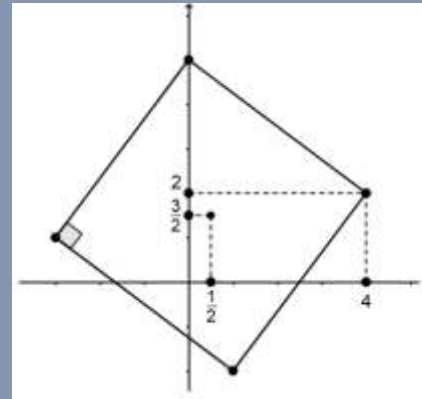
72) El perímetro del $\square DEFG$ corresponde a

- (A) $7 + \sqrt{5}$ (B) 12
(C) 10 (D) $7 + \sqrt{3}$

La figura adjunta representa un cuadrado. De acuerdo con la información proporcionada, conteste las preguntas 73 y 74

73) El área del cuadrado corresponde a

- (A) 20 (B) 10
(C) 25 (D) $\frac{25}{4}$



74) El perímetro del cuadrado corresponde a

--	--	--	--	--	--

Habilidad 3: Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.

Conocimientos	Habilidades Específicas
Visualización espacial ☐ Esfera ☐ Cilindro circular recto ☐ Base ☐ Superficie lateral ☐ Radio ☐ Diámetro ☐ Sección plana ☐ Elipse	3.1 Identificar el radio y el diámetro de una esfera. 3.2 Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto. 3.3 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas. 3.4 Reconocer elipses en diferentes contextos. 3.5 Identificar la superficie lateral, la base, la altura, el radio y el diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto.

- 1) Una esfera es cortada por un plano que dista 4cm de su centro. Si el diámetro de la esfera es de 16 cm, entonces el radio de la circunferencia formada por la intersección entre el plano y la esfera corresponde a

- (A) $2\sqrt{3}$ cm (B) $4\sqrt{3}$ cm
 (C) $8\sqrt{3}$ cm (D) $4\sqrt{5}$ cm

- 2) Considere las siguientes afirmaciones sobre una esfera y un plano que la interseca.
- La sección que resulta de la esfera con el plano es una circunferencia.
 - Entre más alejado se interseque el plano del centro de la esfera, de mayor longitud será la sección obtenida

De estas proposiciones son verdaderas

- (A) ambas (B) solo la I
 (C) ninguna (D) solo la II

- 3) Considere las siguientes afirmaciones sobre un cilindro y un plano que lo interseca.
- Si el plano es perpendicular a la base del cilindro, la sección que resulta de la intersección del plano con el cilindro, es un rectángulo.
 - Si el plano es oblicuo a la base del cilindro, cortará a dicho cilindro en dos partes iguales.

De ellas, ¿cuáles son siempre verdaderas?

- (A) ambas (B) solo la I
 (C) ninguna (D) solo la II

- 4) Sabiendo que el radio de una esfera es de 20cm, ¿a qué distancia del centro de esa esfera, debe hacerse un corte de modo que el radio de la circunferencia resultante sea de 15 cm?

(A) 25 cm	(B) 5 cm
(C) $5\sqrt{7}$ cm	(D) 35 cm

- 5) Un cilindro es intersecado por dos planos, ambos paralelos a su base. Según esta información, analice las siguientes proposiciones:

- I. Las secciones formadas por la intersección de cada plano con el cilindro, son congruentes entre sí.
- II. La sección que se forma al intersecar uno de esos planos con el cilindro es una circunferencia.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

(A) ambas	(B) solo la I
(C) ninguna	(D) solo la II

- 6) Considere las siguientes afirmaciones sobre una esfera y un plano que la interseca.

- I. Si el plano no pasa por el centro de la esfera, la sección que resulta es una elipse.
- II. Si " r " es la medida del radio de la esfera y " r_1 " la medida del radio de la circunferencia formada por la intersección del plano con la esfera, entonces " r " siempre será mayor o igual que " r_1 ".

De ellas, son verdaderas

(A) ambas	(B) solo la I
(C) ninguna	(D) solo la II

- 7) Considere las siguientes afirmaciones sobre un cilindro y un plano que lo interseca.

- I. Si el plano es perpendicular a la base, la sección que resulta de la intersección de este con el cilindro, es un rectángulo, cuya altura mide igual que el radio del cilindro.
- II. Si el plano es oblicuo a la base del cilindro, formará una circunferencia

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|-------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) solo la I | (D) ambas |

8) Analice las siguientes proposiciones:

- I. Al cortar una esfera con un plano que pasa por su diámetro, el radio de la esfera medirá igual que el radio de la circunferencia resultante.
- II. Al cortar un cilindro con un plano que pasa por el diámetro su base, la sección resultante es un rectángulo.

De ellas, con certeza ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|-------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) solo la I | (D) ambas |

9) Sabiendo que el radio de una esfera es de 10cm, ¿a qué distancia del centro de esa esfera, debe hacerse un corte de modo que el radio de la circunferencia resultante sea de 7 cm?

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| (A) $\frac{51}{2}$ cm | (B) $\sqrt{149}$ cm |
| (C) $\sqrt{51}$ cm | (D) $\frac{149}{2}$ cm |

10) Los planos A y B intersecan una esfera. El plano A dista a 12 cm del centro, mientras que el B está a 9 cm del centro de la esfera.

Según esta información, analice las siguientes proposiciones:

- I. La circunferencia formada por el plano A es mayor que la formada por el plano B.
- II. Con certeza, la distancia que separa a los planos A y B es de 3cm

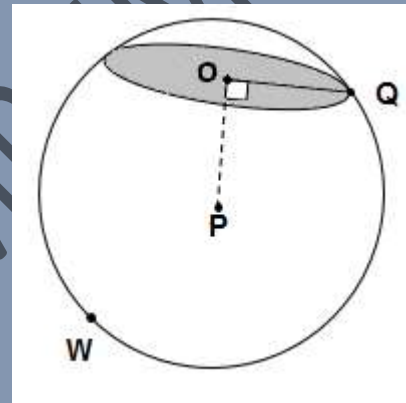
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) solo la II
- (B) ninguna
- (C) solo la I
- (D) ambas

- 11) La siguiente figura ilustra una esfera y una sección plana producto de la intersección de esta con un plano. Además, considere que $WP = 10$ y $OP = 8$.

¿Cuál es la longitud de la sección plana?

- (A) 36π cm
- (B) 6π cm
- (C) 20π cm
- (D) 12π cm

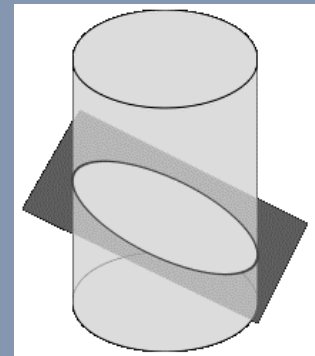


P: centro de la esfera
O: centro de la sección

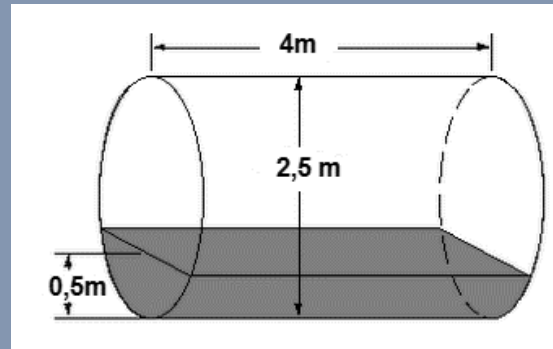
- 12) En la figura adjunta se presenta la imagen de la superficie de un cilindro circular recto.

¿Cuál es el nombre de la sección plana que se obtiene al realizar un corte entre un plano y la superficie cilíndrica, si el corte es oblicuo a la base (sin cortarla)?

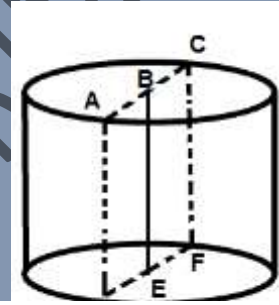
- (A) elipse
- (B) parábola
- (C) circunferencia
- (D) hipérbola



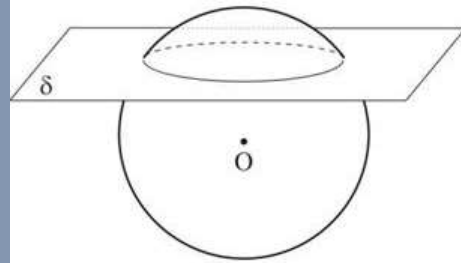
- 13) En la figura adjunta, se presenta un tanque para almacenar agua, de forma cilíndrica. Según la información proporcionada, ¿cuál es la longitud del rectángulo que forma el nivel del agua?



- 14) La figura adjunta ilustra un cilindro circular recto, cuyos centros de las bases son B y E, donde $BE = 4AB$. La figura ACFD se genera al intersectar un plano de modo perpendicular a la base del cilindro. Si $EF = 8\text{cm}$ ¿Cuál es el área del $\square ACFD$?

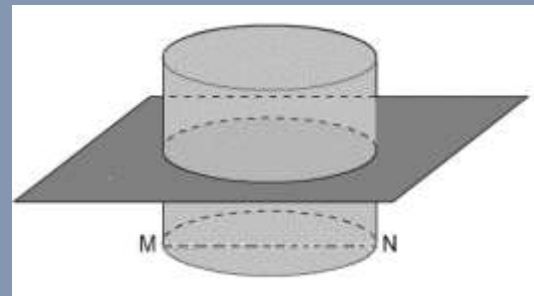


- 15) En la figura adjunta, la esfera es cortada por un plano δ a una distancia de 20cm del centro O. El radio de la esfera mide 29cm. Entonces, ¿cuál es el área de la figura plana, que resulta de la intersección del plano con la esfera?



- (A) $441\pi\text{cm}^2$ (B) $42\pi\text{cm}^2$
(C) $1241\pi\text{cm}^2$ (D) $70\pi\text{cm}^2$

- 16) En la figura adjunta, se muestra un plano paralelo a la base del cilindro circular recto de diámetro $\overline{MN}$. ¿Cuál es la longitud de la sección plana que resulta de la intersección del plano y el cilindro, si se sabe que $MN = 22\text{cm}$?



- (A) $441\pi\text{cm}$ (B) $44\pi\text{cm}$
(C) $121\pi\text{cm}$ (D) $22\pi\text{cm}$

- 17) La medida de la altura de un cilindro circular recto es 30cm y la medida de su radio es la tercera parte de su altura. Si a ese cilindro se le realiza un corte con un plano perpendicular a su base y contiene el centro de las bases, entonces el área en centímetros cuadrados, de la sección plana que se obtiene de la intersección del cilindro y el plano corresponde a

(A) 600cm^2 (B) 300cm^2
 (C) 1200cm^2 (D) 100cm^2

- 18) Un cilindro circular recto es cortado por un plano en forma oblicua respecto a sus bases, sin intersecarlas. La sección producida por esa intersección corresponde a

(A) un rectángulo (B) una circunferencia
 (C) una parábola (D) una elipse

ÁREA 2: RELACIONES Y ÁLGEBRA

Habilidad 1: Utilizar elementos del lenguaje de los conjuntos numéricos para representar dominio y rango de funciones, así como el conjunto solución de ecuaciones

Conocimientos	Habilidades Específicas
Conjuntos numéricos ☐ Unión ☐ Intersección ☐ Pertenencia ☐ Subconjunto ☐ Complemento ☐ Intervalos.	1.1 Analizar subconjuntos de los números reales. 1.2 Utilizar correctamente los símbolos de pertenencia y de subconjunto. 1.3 Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión. 1.4 Determinar la unión y la intersección de conjuntos numéricos. 1.5 Determinar el complemento de un conjunto numérico dado.

- 1) Considere las siguientes proposiciones.

- I. Un número decimal, con certeza es también un número racional
 II. Un número irracional es $\frac{1}{\sqrt{4}}$

De ellas, son verdaderas

(A) solo la I (B) solo la II
 (C) ambas (D) ninguno

2) Considere las siguientes proposiciones.

I. $8,\overline{96} \in \mathbb{Q}$ II. $\left\{ \frac{-5}{\sqrt{25}} \right\} \subset \mathbb{Z}$

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la I (B) solo la II
(C) ambas (D) ninguno

3) El conjunto $] -\infty, 11]$ en notación por comprensión corresponde a

- (A) $\{x, x \in \mathbb{R} / 11 > x\}$ (B) $\{x, x \in \mathbb{R} / x > 11\}$
(C) $\{x, x \in \mathbb{R} / x \leq 11\}$ (D) $\{x, x \in \mathbb{R} / 11 \leq x\}$

4) Considere las siguientes proposiciones.

I. $\left\{ -\pi, \sqrt{\frac{5}{2}} \right\} \notin \mathbb{Q}$ II. $\left\{ -\sqrt{0,25}, 8 \right\} \subset \mathbb{Z}$

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la I (B) solo la II
(C) ambas (D) ninguno

5) El conjunto de números reales menores a 1 corresponde a

- (A) $] -\infty, 1]$ (B) $[1, +\infty[$
(C) $]1, +\infty[$ (D) $] -\infty, 1[$

6) El conjunto $M = \{x, x \in \mathbb{R} / x \geq \pi\}$ representa al dominio de una función h .
M expresado en notación simbólica corresponde a

- (A) $[\pi, +\infty[$ (B) $] \pi, +\infty[$
(C) $] -\infty, \pi[$ (D) $] -\infty, \pi]$

7) Sean los conjuntos $A = \{-2, 5, 7\}$ $B = \{5, 7, 9\}$. El conjunto $A \cap B$ corresponde a

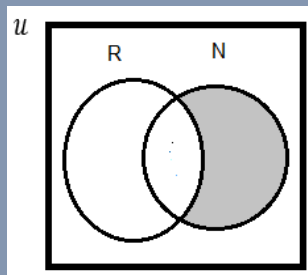
- (A) $[5, 7]$ (B) $\{-2, 5, 7, 9\}$
 (C) $\{5, 7\}$ (D) $[-2, 9]$

8) Considere los conjuntos $M =]-\infty, e]$, $N =]-1, +\infty[$ que corresponde a los dominios de las funciones f y g respectivamente. El conjunto $M \cup N$ corresponde a

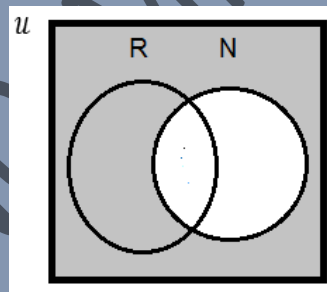
- (A) $\mathbb{R}$ (B) $[e, +\infty[$
 (C) $]-1, e]$ (D) $[-1, e[$

9) Un diagrama que representa el complemento de N corresponde a

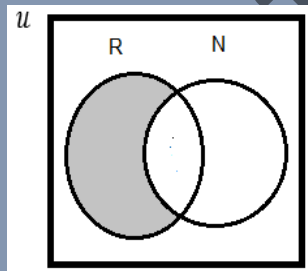
(A)



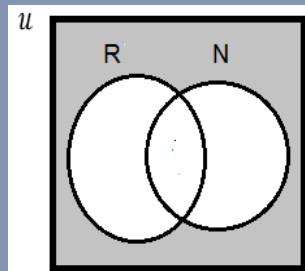
(B)



(C)



(D)



10) Considere los conjuntos $A =]-\infty, -3]$, $B =]-\infty, 0[$ que corresponde a los dominios de las funciones f y g respectivamente. El conjunto $A \cup B$ corresponde a

- (A) $\mathbb{R}$ (B) $[-3, 0[$
 (C) $]-\infty, -3]$ (D) $]-\infty, 0[$

- 11) Considere el conjunto universal $\mathbb{R}$ y $A =]-2, 17]$ el dominio de una función f . El conjunto $\overline{A}$ corresponde a

(A) $] -\infty, -2] \cup] 17, +\infty[$ (B) $] -\infty, -2[\cup [17, +\infty[$
 (C) $\{-2, -1, 0, 1, \dots, 17\}$ (D) $\{-2, 17\}$

- 12) Considere el conjunto universal $\{9, 11, 15, 17\}$ y $L = \{15\}$. El conjunto $\overline{L}$ corresponde a

(A) $\{9, 11, 17\}$ (B) $] 9, 11[\cup \{17\}$
 (C) $\{15\}$ (D) $[17, +\infty[$

- 13) Considere el conjunto universal $\mathbb{Z}$. El complemento del conjunto $A = \{x, x \in \mathbb{Z} / x \text{ par}\}$ corresponde al conjunto

(A) $\{x, x \in \mathbb{Z} / x \text{ primo}\}$ (B) $\{x, x \in \mathbb{Z} / x \text{ impar}\}$
 (C) $\{x, x \in \mathbb{N} / x \text{ impar}\}$ (D) $\{x, x \in \mathbb{N} / x \text{ primo}\}$

- 14) Considere el conjunto universal $\{-6, -1, 0, 1, 3, 5, 7\}$ y los conjuntos $A = \{0, 1, 3, 5, 7\}$ y $B = \{-6, -1, 0, 3, 7\}$. El conjunto $\overline{A \cup B}$ corresponde a

(A) $\{-6, -1\}$ (B) $\{ \}$
 (C) $\{-6, -1, 0, 1, 3, 5, 7\}$ (D) $\{-1, 1, 5\}$

- 15) Considere las siguientes proposiciones.

I. $-\sqrt{48} \in \{x, x \in \mathbb{R}, x \leq -7\}$ II. $13 \in \{x, x = 2k, k \in \mathbb{N}, 0 < x \leq 14\}$

De ellas, son verdaderas

(A) solo la I (B) solo la II
 (C) ambas (D) ninguno

- 16)** Sean $M = \{x, x \in \mathbb{N}, x < 15\}$, $N = \{x, x \in \mathbb{N}, x \geq 3, x \text{ múltiplo de } 3\}$
 Considere las siguientes proposiciones.

I. $12 \in M \cap N$ II. $15 \in M \cup N$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) ninguno |

- 17)** Sean $M = \{x, x \in \mathbb{N}, x \text{ primo}\}$, $N = \{x, x \in \mathbb{N}, x \text{ par}\}$ Considere las siguientes proposiciones.

I. $M \cap N = \{2\}$ II. $7 \notin M \cup N$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) ninguno |

- 18)** Considere el conjunto de números reales como conjunto universal.
 Sean $A = [-\pi, 8[$ el dominio de una función k y $B =]-\infty, 0]$ el dominio de una función h
 Analice las siguientes proposiciones.

I. $A \cap B = [0, 8[$ II. $\overline{A \cup B} = [8, +\infty[$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) ninguno |

- 19)** Si $[-1, 5[\cap]4, 9] =]A, B[$, entonces, ¿cuál es el valor de B?

--	--	--	--	--	--

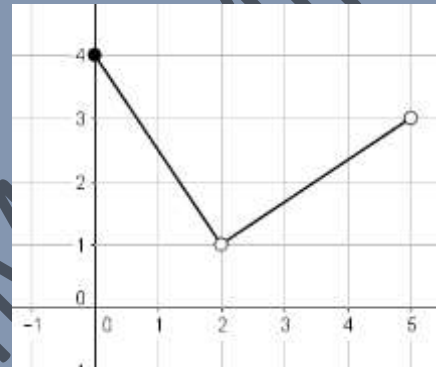
- 20) Considere las siguientes proposiciones referidas al conjunto D dado por $\{x, x \in \mathbb{R}, -5 < x \leq 5\}$

I. $D^c =]-\infty, -5[\cup [5, +\infty[$ II. $[0, 5[\subset D$

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- (A) solo la II (B) solo la I
(C) ninguna (D) ambas

- 21) Considere la representación gráfica adjunta de la función f cuyo dominio es $D = [0, 2[\cup]2, 5[$. De acuerdo con la información dada, analice las siguientes proposiciones:



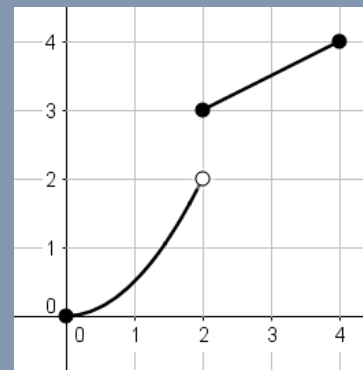
I. $2 \in D$
II. $]1, 4[\subset D$

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- (A) solo la II (B) solo la I
(C) ninguna (D) ambas

- 22) Considere la representación gráfica adjunta de la función f cuyo rango es $R = [0, 2[\cup [3, 4]$. De acuerdo con la información proporcionada, analice las siguientes proposiciones:

I. $\frac{5}{2} \in R$
II. $\left[1, \frac{3}{2}\right] \subset R$



¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- (A) solo la II (B) solo la I
(C) ninguna (D) ambas

- 23) Si $A = \{x, x \in \mathbb{R}, 9 < x\}$ corresponde al rango de una función f , $B = \{x, x \in \mathbb{R}, -15 < x \leq 12\}$ corresponde al ámbito de una función h y $A \cap B =]m, n[$, entonces, ¿cuál es el valor de n ?

Analice el siguiente escenario:

Sean f y g dos funciones tales que $f : [2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, y $g :]-7, 11] \rightarrow \mathbb{R}$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 24, 25 y 26

- 24) Al definir la función h , como la suma de las funciones f y g , el dominio de h será la intersección de los dominios de f y g . Entonces el dominio de h corresponde a

- (A) $] -7, 2]$ (B) $] -7, +\infty[$
(C) $[11, +\infty[$ (D) $[2, 11]$

- 25) El complemento del dominio de la función g corresponde a

- (A) $] -\infty, -7] \cup]11, +\infty[$ (B) $] -\infty, -7[\cup [11, +\infty[$
(C) $] -\infty, -7[$ (D) $]11, +\infty[$

- 26) Un elemento que pertenece a la unión de los dominios de las funciones f y g es

- (A) -8 (B) -12
(C) $\sqrt{6}$ (D) -11

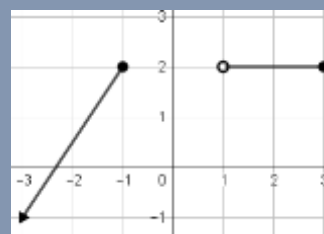
- 27) La representación adjunta corresponde a la gráfica de una función f , de dominio D y ámbito A . Según la información analice:

I. $] -2, 1] \subset D$

II. $1 \in A$

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la II (B) solo la I
(C) ninguna (D) ambas



Considere la siguiente información para contestar las preguntas 28 y 29.

Sea $A = \{x / x \in \mathbb{R}, x \geq -3\}$ el dominio de una función g y $B =]-3, 6]$ el dominio de una función h y donde $\mathbb{R}$ es el conjunto universal.

28) Considere las siguientes proposiciones

- I. $A \cap B = [-3, 6]$ II. $-3 \in A \cup B$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

29) Considere las siguientes proposiciones

- I. El complemento de A es $]-\infty, -3[$ II. $\sqrt{40} \in B^c$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) ambas |
| (C) ninguna | (D) solo la II |

30) Sea $A = \{x / x \in \mathbb{R}, x < 5\}$ el dominio de una función g y $B = [0, +\infty[$ el dominio de una función h . Si $A \cap B = [p, q[$, entonces, ¿cuál es el valor de “p”?

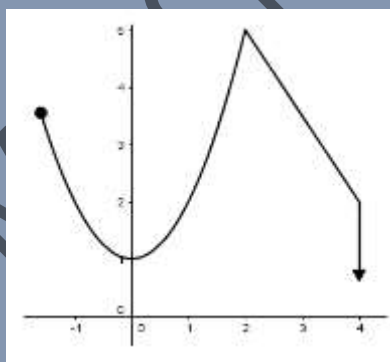
--	--	--	--	--	--

Habilidad 2: Aplicar el concepto de función en diversas situaciones	
Conocimientos	Habilidades Específicas
Funciones ☐ Concepto de función y de gráfica de una función ☐ Elementos para el análisis de una función - Dominio - Imagen - Preimagen - Ámbito - Inyectividad - Crecimiento - Decrecimiento - Ceros - Máximo y Mínimo - Análisis de gráficas de funciones ☐ Composición de funciones ☐ Función lineal ☐ Función cuadrática Sistemas de ecuaciones lineales ☐ Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	2.1 Identificar si una relación dada en forma tabular, simbólica o gráfica corresponde a una función. 2.2 Evaluar el valor de una función dada en forma gráfica o algebraica, en distintos puntos de su dominio. 2.3 Calcular la composición de dos funciones. Habilidad 3: Utilizar distintas representaciones de algunas funciones algebraicas y trascendentes. 3.1 Analizar una función a partir de sus representaciones. 3.2 Representar gráficamente una función lineal. 3.3 Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica. 3.4 Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella. 3.5 Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio $y = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$. 3.6 Relacionar la representación gráfica con la algebraica. . Habilidad 4: Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada 4.1 Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas. 4.2 Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. 4.3 Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

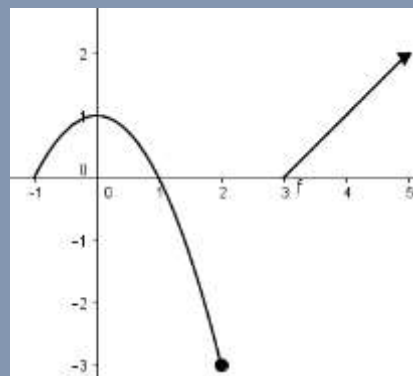
CONCEPTOS BÁSICOS DE FUNCIONES

1) Considere las siguientes gráficas

I.



II



De ellas, ¿cuáles corresponden a una función?

(A) solo la II

(B) solo la I

(C) ninguna

(D) ambas

2) ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponden a una función?

- (A) $\{(-3,2)(2,-3)(0,0)\}$ (B) $\{(4,-5)(2,-1)(4,0)\}$
 (C) $\{(-1,1)(-7,6)(-1,0)\}$ (D) $\{(0,-1)(2,8)(2,0)\}$

3) Considere las siguientes relaciones.

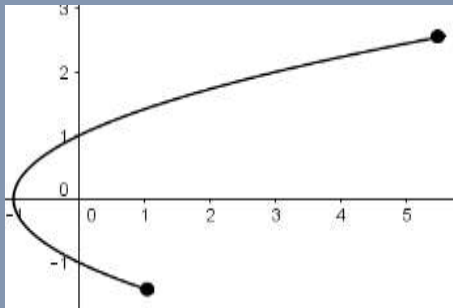
- I. $h: \{-5, -2, 6\} \rightarrow \{-1, 0, 5\}$ donde el gráfico es $\{(-5,0), (-2,5)\}$
 II. $g: \{1, 8, 10\} \rightarrow \{-3, 16, 24, 30\}$ donde $g(x) = 3x$

De ellas, son funciones

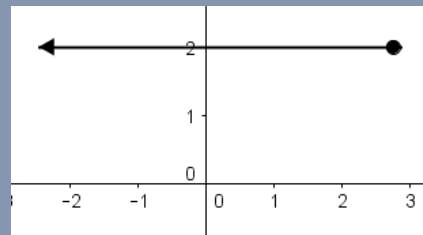
- (A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas

4) Considere las siguientes gráficas

I.



II



De ellas, ¿cuáles representan una función?

- (A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas

5) Considere las siguientes relaciones.

- I. $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ donde $h(x) = 2x + 1$
 II. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ donde $f(x) = x - 2$

De ellas, son funciones

- (A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas

- 6) Sea f es una función tal que $f : A \longrightarrow B$, donde (m, n) pertenece al gráfico de f . Se cumple con certeza que

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| (A) $f(m)$ pertenece a A | (B) m pertenece a A |
| (C) $f(n) = m$ | (D) n pertenece a A |

- 7) Sea h una función con criterio $h(x) = 2x + 3$

Considere las siguientes proposiciones respecto a h :

- I. La imagen de 3 es 9
- II. 7 es imagen de 2

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

- 8) Dada la función t con criterio $t(x) = 5x + 6n$, donde $(-2, 1)$ pertenece al gráfico de t , entonces el valor de " n " corresponde a

- | | |
|-----------|--------------------|
| (A) -4 | (B) 1 |
| (C) -12 | (D) $\frac{11}{6}$ |

- 9) Si la función h está dada por $h(x) = 1 - 3x$, entonces 7 es la preimagen de

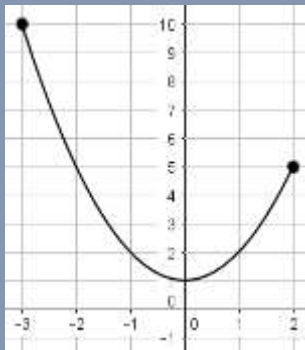
- | | |
|-----------|----------|
| (A) -20 | (B) 14 |
| (C) -2 | (D) 7 |

- 10) Considere la siguiente representación tabular, donde se ubican únicamente valores enteros de una función $f: [-3, 2] \rightarrow [5, 10]$

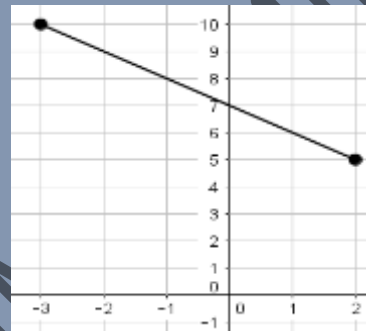
x	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	10	5	2	1	2	5

Según la información proporcionada, una gráfica que represente la función f es

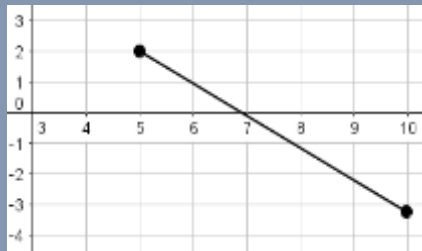
(A)



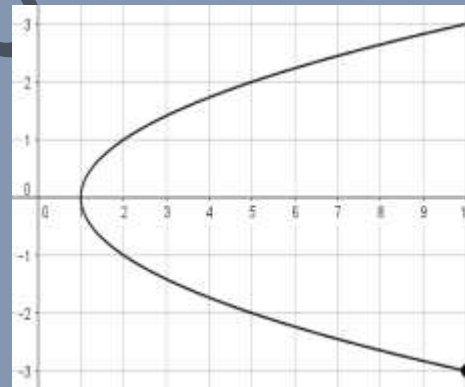
(B)



(C)



(D)



- 11) En la función g dada por $g(x) = \frac{-7}{2}$, la imagen de 4 corresponde a

(A) $\frac{-7}{2}$

(B) -14

(C) $\frac{-8}{7}$

(D) 4

- 12) Sea f una función cuyo criterio está dado por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x < -2 \\ 1 - \frac{x}{3} & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$. El

valor de la imagen de 0 corresponde a

- | | |
|----------------|----------|
| (A) $\sqrt{5}$ | (B) -5 |
| (C) 3 | (D) 1 |

- 13) Si f es una función tal que $f : \{2, 5\} \longrightarrow \{a, b, c\}$, cuyo gráfico es $\{(2, b), (5, a)\}$, entonces con certeza

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| (A) $f(b) = 2$ | (B) el ámbito es igual al codominio |
| (C) "a" es la preimagen de 2 | (D) "b" pertenece al ámbito de f |

- 14) Si el gráfico de una función f está dado por $\{(-5, 3), (0, 4), (3, 2), (4, -9)\}$, entonces el valor de $f(3) - f(4)$ corresponde a

- | | |
|----------|----------|
| (A) -1 | (B) -5 |
| (C) 11 | (D) -7 |

- 15) El criterio de una función g está dado por $g(x) = x^2 - 4x$. Un par ordenado que pertenece al gráfico de esa función corresponde a

- | | |
|---------------|---------------|
| (A) $(-3, 3)$ | (B) $(5, 5)$ |
| (C) $(0, 4)$ | (D) $(-2, 4)$ |

- 16) Sea la función f dada por $f(x) = x^2 + 5x + 6$, entonces 0 es la imagen de

- | | |
|-----------------|---------------|
| (A) -3 y -2 | (B) 2 y 3 |
| (C) 6 | (D) 2 |

- 17) En la función $g : [-2, 5[\rightarrow M$ dada por $g(x) = -2x + 3$, el rango corresponde a

- | | |
|----------------|----------------|
| (A) $]-1, 13]$ | (B) $[-7, 7[$ |
| (C) $]-7, 7]$ | (D) $[-1, 13[$ |

18) Para la función $f: \mathbb{Z}^- \rightarrow \mathbb{Z}$, dada por $f(x) = x^2 + 1$, considere las siguientes proposiciones.

- I. El ámbito de f es $\mathbb{Z}^+$
- II. 10 es un elemento del ámbito de f .

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

19) Si para la función $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = x^3 - 1$, el ámbito es $[-3, 3[$, entonces A equivale a

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (A) $\mathbb{R}$ | (B) $[-28, 26]$ |
| (C) $[-\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{4}[$ | (D) $[-\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}[$ |

20) Para la función $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = 1 - 3x$ considere las siguientes proposiciones:

- I. $(-3, 10)$ pertenece al gráfico de f
- II. La preimagen de 3 es -8.

De ellas ¿Cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

21) Sea $f: \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\} \rightarrow \mathbb{Z}$, un posible para ordenado que pertenece al gráfico de f corresponde a

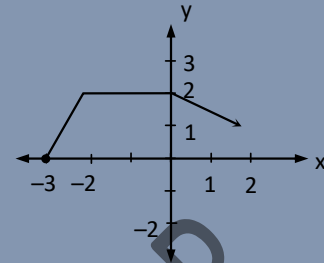
- | | |
|---------------|-----------------|
| (A) $(-3, 1)$ | (B) $(10, 1/3)$ |
| (C) $(7, -6)$ | (D) $(11, 0)$ |

22) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, una función. Si el dominio de f satisface tiene 12 elementos, entonces el número de elementos del ámbito de f puede ser

- | | |
|--------|--------|
| (A) 0 | (B) 5 |
| (C) 14 | (D) 20 |

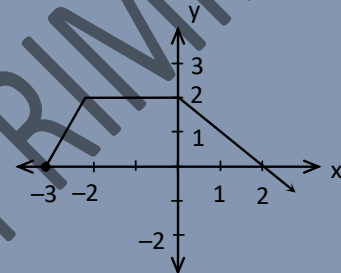
23) De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de f corresponde a

- (A) $[-3, 2]$ (B) $[-3, 0]$
 (C) $]-\infty, 2]$ (D) $[-3, +\infty[$



24) De acuerdo con los datos de la gráfica de la función f adjunta, $\forall x \in]-2, 2[$ se cumple que

- (A) $f(x) = 2$ (B) $f(x) < 0$
 (C) $-3 \leq f(x) \leq 2$ (D) $0 < f(x) < 2$



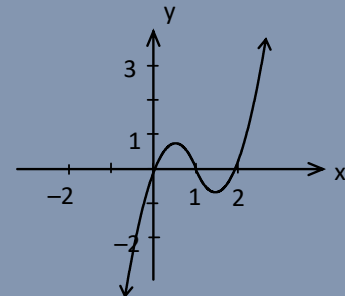
25) Considere la gráfica adjunta de la función f

De acuerdo con los datos, analice las siguientes proposiciones

- I. Si $x \in]0, 2[$, entonces $f(x)$ es positiva.
 II. $f(x) < 0$ si $x \in]1, 2[$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas

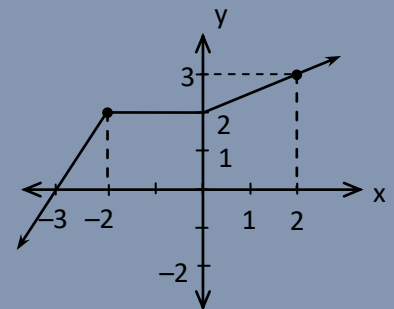


26) Considere la gráfica adjunta de la función f . De acuerdo con los datos, analice las siguientes proposiciones

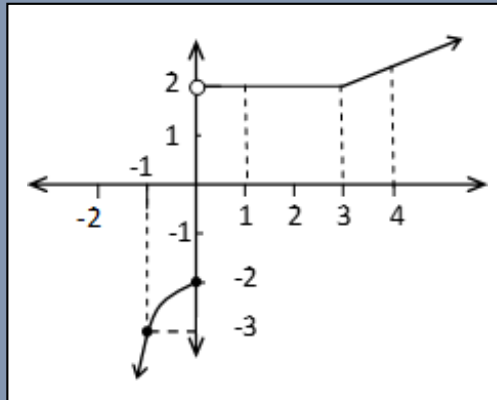
- I. f es positiva si $x \in]-1, 0[$.
 II. Si $x \in]-10, -3[$, entonces f es negativa.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas



Analice la siguiente gráfica de una función g



Según los datos proporcionados, conteste las preguntas 27, 28 y 29

27) Un intervalo en que la función g es creciente corresponde a

- | | |
|----------------|----------------|
| (A) $]1, 4[$ | (B) $] -2, 4[$ |
| (C) $] -1, 3[$ | (D) $]4, 6[$ |

28) El ámbito de g corresponde a

- | | |
|--|---------------------------------------|
| (A) $] -\infty, -2] \cup]2, +\infty[$ | (B) $] -\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ |
| (C) $\mathbb{R}$ | (D) $] -\infty, -2] \cup \{2\}$ |

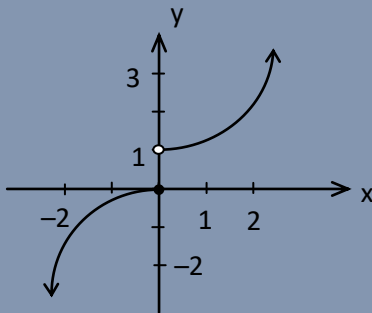
29) Considere las siguientes proposiciones relacionadas con la función g

- I. $g(1) = g(\sqrt{5})$
- II. 0 pertenece al dominio de g

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

30) Analice la gráfica adjunta, de una función f .



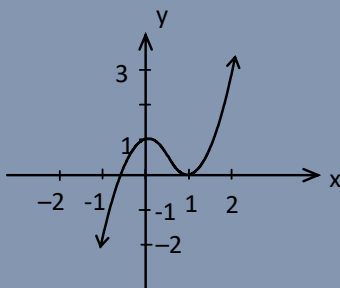
De acuerdo con los datos, considere las siguientes proposiciones

- I. El dominio de f es $\mathbb{R}$
- II. 1 pertenece al ámbito de f

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

31) Analice la gráfica adjunta, de una función h .



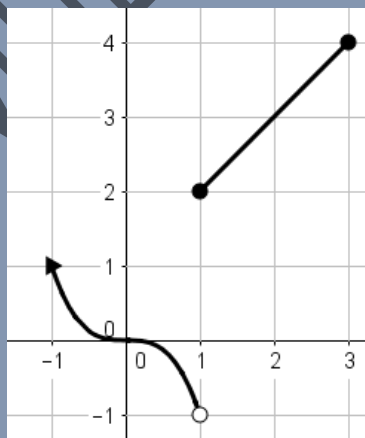
De acuerdo con los datos, considere las siguientes proposiciones

- I. Un intervalo donde h es decreciente es $\left]0, \frac{1}{4}\right[$
- II. Una preimagen de 1 es 0

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

32) Considere la gráfica adjunta de una función f con dominio M , y según la información proporcionada, analice las siguientes proposiciones



- I. $[-5, -3] \subset M$
- II. $1 \in M$

De ellas, son verdaderas

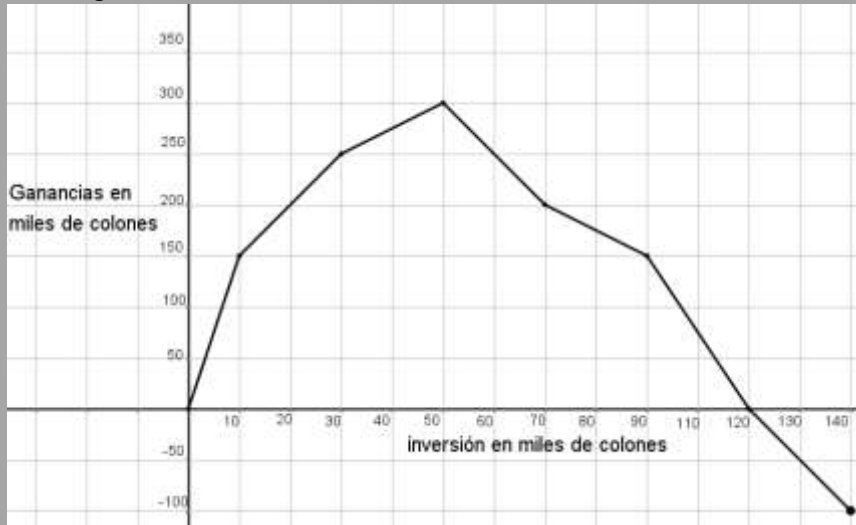
- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

- 33) De acuerdo con los datos de la gráfica de la pregunta anterior, el ámbito de f corresponde a

(A) $]-1,4]$ (B) $]-1,+\infty[$
 (C) $]-\infty,3]$ (D) $]-\infty,1]\cup[2,4]$

Analice el siguiente escenario:

En una empresa, sintetizaron los datos de las ganancias obtenidas por la venta de cierto artículo, según el dinero invertido en publicidad. La información fue resumida en la siguiente gráfica:



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 34, 35 y 36

- 34) ¿Cuál fue el monto, en miles de colones, de la inversión en publicidad, para el cual no hubo ganancia ni pérdida?

--	--	--	--	--	--

- 35) Un intervalo (en miles), donde la empresa obtuvo pérdidas corresponde a

(A) $]120,130]$ (B) $[110,140]$
 (C) $]60,70]$ (D) $[90,130]$

- 36) Considere las siguientes proposiciones.

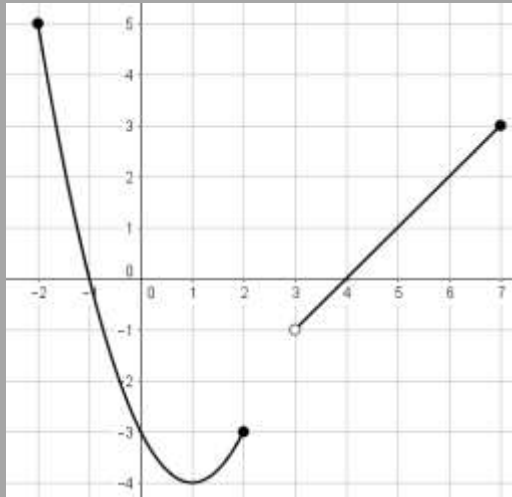
- I. Las ganancias al invertir ₡20 000 fueron iguales que al invertir ₡70 000
 II. El rango de la ganancia, en miles, está dado por $[-100,300]$

De ellas, son verdaderas

(A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas

Analice el siguiente escenario:

Considere la gráfica de la función h :



Con base en la información adjunta, conteste las preguntas 37, 38, 39 y 40

37) Considere las siguientes proposiciones

- I. 3 tiene dos preimágenes
- II. 0 es preimagen de 4

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

38) Considere las siguientes proposiciones

- I. El dominio de h es $[-2, 7]$
- II. h es creciente en el intervalo $\left[\frac{3}{2}, 2\right]$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

39) Considere las siguientes proposiciones

- I. $h(5) = -2$
- II. h es negativa en $]-1, 0]$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

40) Considere las siguientes proposiciones

- I. La imagen de 3 es -1
- II. La preimagen de 6 es 2

De ellas, son verdaderas

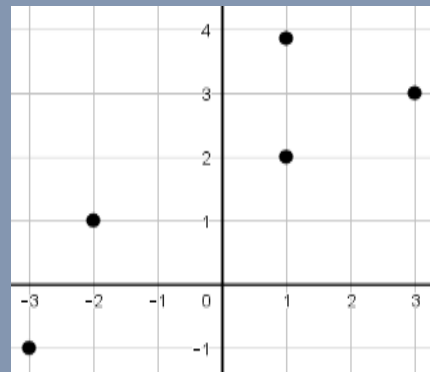
- (A) solo la II
- (B) solo la I
- (C) ninguna
- (D) ambas

41) Considere la representación tabular de f y la representación gráfica de h

I.

x	-1	2	3	5	7	9
$f(x)$	3	5	3	3	-5	0

II.



¿Cuáles representaciones corresponden a funciones?

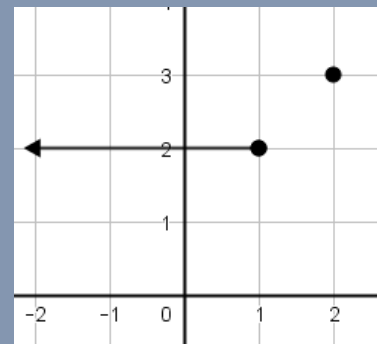
- (A) solo la II
- (B) solo la I
- (C) ninguna
- (D) ambas

42) Analice las proposiciones referidas a la gráfica de la función f .

- I. El ámbito de f es $\{2, 3\}$
- II. f es positiva en todo su dominio

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la II
- (B) solo la I
- (C) ninguna
- (D) ambas



COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Analice el siguiente escenario:

En una fábrica, el costo (inversión) en dólares “C” por producir “x” cantidad de artículos está dada por $C(x) = 3x + 2$.

La ganancia “G” en dólares, está relacionada con dicha inversión, mediante el criterio $G(C) = -0,5C^2 + 150C$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 1 y 2

- 1) La ganancia obtenida al producir 15 artículos es

--	--	--	--	--	--

- 2) Considere las siguientes proposiciones

- I. El criterio que relaciona las ganancias G según la cantidad “x” de artículos producidos está dado por $G(x) = -4,5x^2 + 444x + 298$
- II. Si se producen 100 artículos, la empresa tendrá pérdidas.

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) ambas |

Analice el siguiente escenario:

Sean f y g dos funciones con criterios $f(x) = 5 - x^2$, $g(x) = 3x + 5$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 3 y 4

- 3) El valor de $(g \circ f)(0)$ es el siguiente

--	--	--	--	--	--

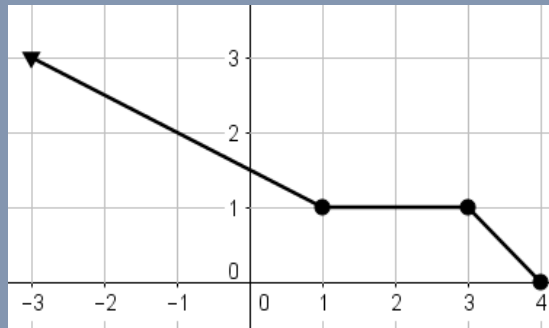
- 4) El criterio de $(f \circ g)(x)$ corresponde a

- | | |
|---|-----------------------------------|
| (A) $(f \circ g)(x) = -9x^2 - 30x - 20$ | (B) $(f \circ g)(x) = -3x^2 + 20$ |
| (C) $(f \circ g)(x) = -9x^2 - 20$ | (D) $(f \circ g)(x) = -3x^2 + 30$ |

- 5) Los gráficos de las funciones h y f están dados por
 $G_h = \{(-8,3), (3,5), (-2,5)\}$, $G_f = \{(-2,3), (4,-2), (5,7)\}$
 El valor de $(h \circ f)(-2)$ es el siguiente

--	--	--	--	--	--

- 6) Considere la gráfica de la función h dada por



Y el criterio de la función $g: g(x) = 3x^2 - 1$.

El valor de $(g \circ h)(-1)$ es el siguiente

--	--	--	--	--	--

- 7) Sean las funciones $f: [-2, 6[\rightarrow A$, $g: B \rightarrow C$, con $f(x) = 3 - 5x$,
 $g(x) = 2x + 3$, donde se define $g \circ f$.
 El dominio de g para que $g \circ f$ esté bien definida, corresponde a

- | | |
|---|------------------------------------|
| (A) $[-1, 15[$ | (B) $]-27, 13]$ |
| (C) $\left[\frac{-5}{2}, \frac{-3}{2}\right[$ | (D) $\left]-\frac{3}{5}, 1\right]$ |

- 8) Considere los criterios de las funciones f y g : $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$,
 $g(x) = x^2 + 4x + 3$. El criterio de $f \circ g$ corresponde a

- | | |
|------------------------------|--|
| (A) $(f \circ g)(x) = x + 2$ | (B) $(f \circ g)(x) = 4\sqrt{x+1} + x - 8$ |
| (C) $(f \circ g)(x) = x$ | (D) $(f \circ g)(x) = x + 1$ |

Analice el siguiente escenario:

Considere los criterios de las funciones h y g :

$$g(x) = 4x^2 \quad h(x) = \frac{5x+1}{2}.$$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 9, 10 y 11

9) El criterio de $(g \circ h)(x)$ corresponde a

- (A) $(g \circ h)(x) = \frac{25x^2 + 1}{2}$ (B) $(g \circ h)(x) = \frac{25x^2 + 10x + 1}{2}$
 (C) $(g \circ h)(x) = 25x^2 + 10x + 1$ (D) $(g \circ h)(x) = 25x^2 + 1$

10) El criterio de $(h \circ h)(x)$ corresponde a

- (A) $(h \circ h)(x) = \left(\frac{5x+1}{2}\right)^2$ (B) $(h \circ h)(x) = \frac{25x+7}{4}$
 (C) $(h \circ h)(x) = \frac{25x+6}{2}$ (D) $(h \circ h)(x) = \frac{25x+2}{4}$

11) El valor de $(h \circ g)(6)$ es el siguiente

--	--	--	--	--	--

12) Considere las funciones f y g , donde $g(x) = x^2$ con dominio $\{2, 5, 7\}$
 $f(x) = 2x + 1$ cuyo dominio es $\{4, 25, 49\}$. Según la información, analice las proposiciones

I. $(f \circ g)(x) = 2x^2 + 1$

II. Con los dominios de f y g no se puede efectuar $(g \circ f)(x)$

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la II (B) solo la I
 (C) ninguna (D) ambas

- 13) Considere las funciones f y g , con criterios $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = \sqrt{x+1}$, donde los dominios hacen posible efectuar $(g \circ f)(x)$ y $(f \circ g)(x)$. Según la información proporcionada, analice las siguientes proposiciones:

I. $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$

II. $(g \circ f)(3) = 3$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|-------------|----------------|
| (A) ninguna | (B) solo la I |
| (C) ambas | (D) solo la II |

- 14) Considere las siguientes proposiciones referentes a las funciones f y g reales de dominio real, con criterios $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = \frac{x}{2}$. Según la información proporcionada, analice las siguientes proposiciones

I. $(5, 8)$ pertenece al gráfico de $(g \circ f)$

II. $(10, 16)$ pertenece al gráfico de $(f \circ g)$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|-------------|----------------|
| (A) ambas | (B) solo la I |
| (C) ninguna | (D) solo la II |

Analice el siguiente escenario: y

Considere la función f , con dominio $[-1, 5[$ y criterio $f(x) = 3x + 5$ y la función g , con criterio $g(x) = 5 - x$ y dominio $[2, 20[$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 15 y 16

- 15) Analice las proposiciones
- Es factible definir la composición $(f \circ g)(x)$
 - Es factible definir la composición $(g \circ f)(x)$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|-------------|----------------|
| (A) ninguna | (B) solo la I |
| (C) ambas | (D) solo la II |

16) Un par ordenado que pertenece al gráfico de $(g \circ f)(x)$ corresponde a

- | | |
|---------------|--------------|
| (A) $(-3,9)$ | (B) $(0,20)$ |
| (C) $(4,-12)$ | (D) $(5,20)$ |

17) El ámbito de $(g \circ f)(x)$ corresponde a

- | | |
|----------------|----------------|
| (A) $] -15,3]$ | (B) $] 2,20]$ |
| (C) $[2,20[$ | (D) $[-15,3[$ |

18) Sean f y g dos funciones cuyos criterios son $f(x) = x - 10$, $g(x) = x^2 + x$ y donde el dominio de g es $[-5,3[$. Se define la función $g \circ f : [-5,3[\rightarrow A$. De acuerdo con la información anterior, analice:

- I. El ámbito de $g \circ f$ está dado por $] 2,10]$
- II. El dominio de f para que $g \circ f$ esté bien definida es $] 12,20]$

De ellas, son verdaderas

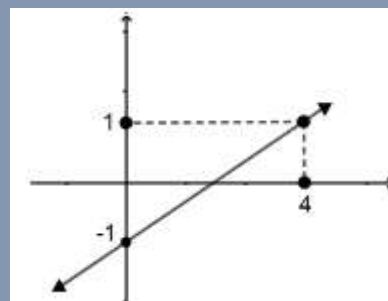
- | | |
|-------------|----------------|
| (A) ninguna | (B) solo la I |
| (C) ambas | (D) solo la II |

FUNCIÓN LINEAL

La gráfica adjunta representa una recta ℓ . De acuerdo con la información, conteste las preguntas 1 y 2.

1) La ecuación de la recta ℓ está dada por

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| (A) $y = \frac{4}{5}x + 1$ | (B) $y = \frac{4x+1}{5}$ |
| (C) $y = \frac{5x-1}{4}$ | (D) $y = -1 + \frac{5}{4}x$ |



- 2) La recta interseca al eje x en

- (A) $\left(\frac{4}{5}, 0\right)$ (B) $(0, -1)$
 (C) $\left(\frac{-4}{5}, 0\right)$ (D) $\left(0, \frac{4}{5}\right)$

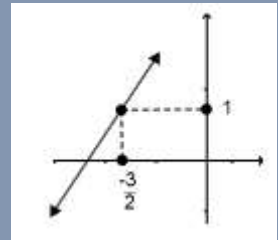
- 3) Dada la función f con criterio $f(x) = 6x + 2$, considere las siguientes proposiciones

- I. Si la diferencia entre dos elementos del dominio de f es 1, entonces la diferencia entre sus respectivas imágenes es 6.
 II. La intersección de la gráfica con el eje "x" es $(6, 0)$

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna (B) solo la I
 (C) ambas (D) solo la II

La figura adjunta representa la gráfica de una función f que interseca al eje "y" en $(0, 3)$. Según la información proporcionada, conteste las preguntas 4 y 5



- 4) El criterio de la función f corresponde a

- (A) $y = \frac{-3}{2}x + 1$ (B) $y = \frac{4x + 9}{3}$
 (C) $y = \frac{4x + 3}{3}$ (D) $y = -\frac{3}{2} + x$

- 5) La imagen de 15 corresponde a

--	--	--	--	--	--

- 6) Considere las proposiciones relacionadas con la función lineal h dada por $h(x) = 5 - 3kx$

- I. La gráfica de h interseca al eje "x" en $\left(\frac{5}{3k}, 0\right)$ siempre que $k \neq 0$
 II. La gráfica de h es creciente si $k > 0$

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna (B) solo la I
 (C) ambas (D) solo la II

7) Considere la representación tabular de una función lineal g.

x	-3	1	5	$\frac{26}{3}$
g(x)	$\frac{11}{4}$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-13}{4}$	d

De acuerdo con la información proporcionada, el valor de “d” es

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Una recta está definida por recta definida por $9x - 4y = 6$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 8 y 9

8) La recta interseca el eje “x” en

- (A) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ (B) $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$
 (C) $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ (D) $\left(0, -\frac{2}{3}\right)$

9) La recta interseca el eje “y” en

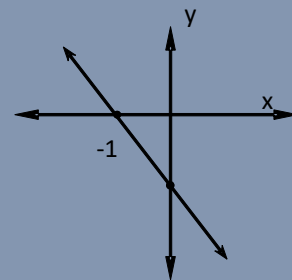
- (A) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ (B) $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$
 (C) $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ (D) $\left(0, -\frac{2}{3}\right)$

10) Considere la gráfica de la función f dada por $f(x) = mx + n$ y las proposiciones que se hacen respecto de ella.

- I. $n < 0$
 II. $m < 0$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I



- 11) Sean. $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ y $ab < 0$. Con certeza, una función f que sea creciente está dada por

- (A) $f(x) = anx + n$ (B) $f(x) = -abx - n$
 (C) $f(x) = n - nax$ (D) $f(x) = abx + n$

- 12) Considere las siguientes proposiciones referentes a una función lineal f dada por $f(x) = mx + 7$, con $f :]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(-5) > f(-3)$

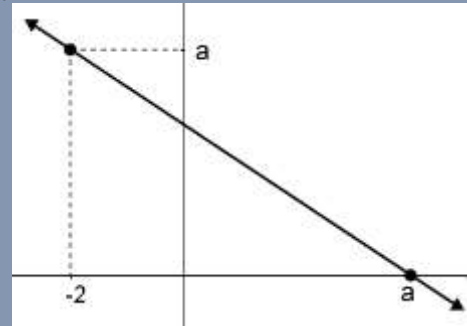
- I. El ámbito de f es $[7, +\infty[$
 II. f es creciente

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I

- 13) De acuerdo con los datos de la gráfica adjunta, si la pendiente de la recta es $-\frac{2}{3}$, entonces la ecuación que define esa recta corresponde a

- (A) $2x + 3y = 8$ (B) $3x + 2y = 4$
 (C) $2x + 3y = 4$ (D) $-3x + 2y = 4$



- 14) Sea f una función lineal dada por $f(x) = (5 + k)x - 8$. Si f es creciente, un posible valor de “ k ” es

- (A) -3 (B) -5
 (C) -6 (D) -8

- 15) Sea f una función lineal dada por $f(x) = mx + b$. Si $m = 2b$ y $(2, 10)$ pertenece al gráfico de f , entonces el valor de $f(9)$ es

--	--	--	--	--	--

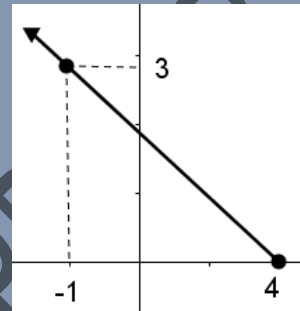
- 16) En la función lineal f , $(-3,2)$ y $(1,4)$ pertenecen a su gráfico. La intersección de la gráfica f con el eje de las abscisas es

- (A) $\left(\frac{-7}{2}, 0\right)$ (B) $(-7, 0)$
 (C) $(0, -7)$ (D) $\left(0, \frac{-7}{2}\right)$

- 17) De acuerdo con los datos de la figura adjunta, que representa la gráfica de una función lineal, analice las siguientes proposiciones:

I. f es creciente en

II. $f(0) = \frac{12}{5}$



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I

- 18) Si $(-3,1), (-1,3k), (0,4)$ pertenecen al gráfico de una función lineal, entonces el valor de "k" es

--	--	--	--	--	--

- 19) Considere la siguiente representación tabular de una función lineal h

x	-3	2	5	7
h(x)	14	-1	-10	-16

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones

I. h es decreciente

II. El criterio de h es $h(x) = 5 - 3x$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

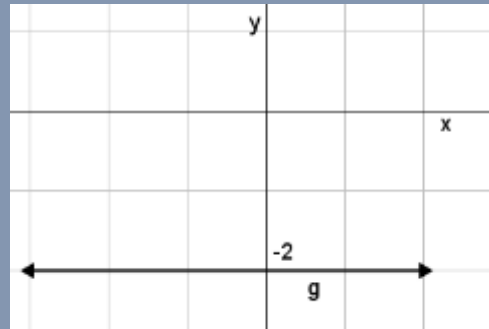
- (A) solo la I (B) ambas
 (C) solo la II (D) ninguna

- 20) Considere la siguiente representación gráfica de una función lineal g dada por $g(x) = mx + b$

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones

- I. $m = 0$
- II. $b > 0$

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?



- (A) solo la I
- (B) ambas
- (C) solo la II
- (D) ninguna

Analice el siguiente escenario:

Sea $(2, 5)$ un punto en la recta dada por $y = 5xm + 3$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 21 y 22

- 21) El valor de “m” corresponde a

--	--	--	--	--	--

- 22) La intersección de la recta con el eje de las ordenadas corresponde a

- (A) $(0,5)$
- (B) $(0,3)$
- (C) $(2,0)$
- (D) $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$

- 23) Sea f una función lineal tal que $f\left(\frac{1}{4}\right) = 2$ y $f(-5) = 0$, entonces el criterio de f corresponde a

- (A) $f(x) = \frac{4x + 20}{41}$
- (B) $f(x) = \frac{8x + 40}{21}$
- (C) $f(x) = \frac{21x}{8} - 5$
- (D) $f(x) = \frac{-40x + 21}{8}$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

- 1) Las siguientes proposiciones se refieren a la función f dada por

$$f(x) = \frac{(x-3)(2-x)}{3}$$

I. El eje de simetría de la gráfica de f es $x = \frac{5}{4}$

II. La gráfica de f interseca el eje "y" en $(0, -2)$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 2) Las siguientes proposiciones se refieren a la función cuadrática f dada por $f(x) = x^2 + 9$.

I. El vértice de la gráfica de f es $(0, 9)$.

II. La gráfica de f interseca el eje "x" en $(3,0)$ y $(-3,0)$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 3) Para la función f dada por $f(x) = 3x^2 - 3x$, un elemento del ámbito corresponde a

- | | |
|----------|----------------------|
| (A) -4 | (B) $-\frac{26}{3}$ |
| (C) -5 | (D) $-\frac{12}{25}$ |

- 4) Sea f una función dada por $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$. Un intervalo donde f es creciente corresponde a

- | | |
|--------------------|---------------------|
| (A) $]1, +\infty[$ | (B) $] -\infty, 1[$ |
| (C) $]2, +\infty[$ | (D) $] -\infty, 2[$ |

- 5) Considere las proposiciones que se refieren a la función f dada por $f(x) = -3x^2 - 12x - 12$

I. Si $k \in]-\infty, -2]$, k es un elemento del ámbito de f .

II. $(0, -2)$ es un elemento del gráfico de f .

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 6) Sea f una función dada por $f(x) = kx^2 - 8x + k$, $k \in \mathbb{R}$, $k > 0$, donde la gráfica de f corta al eje x en un solo punto. Entonces con certeza se cumple que

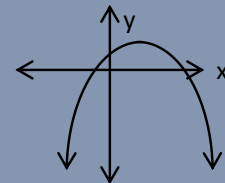
- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| (A) $k = 16, \Delta = 0$ | (B) $k = 64, \Delta > 0$ |
| (C) $k = 4, \Delta > 0$ | (D) $k = 4, \Delta = 0$ |

- 7) Sea f una función cuadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Si $f(0) = -1$ y el vértice de la gráfica de f es $(1, 0)$, entonces con certeza se cumple que

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| (A) $b < 0, \Delta = 0$ | (B) $b < 0, \Delta < 0$ |
| (C) $b = 1, \Delta > 0$ | (D) $b > 0, \Delta = 0$ |

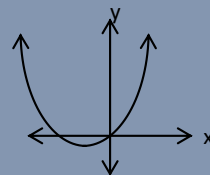
- 8) La gráfica adjunta corresponde a una función cuadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Entonces con certeza se cumple que

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| (A) $a > 0, c < 0$ | (B) $b > 0, c > 0$ |
| (C) $a < 0, \Delta < 0$ | (D) $a < 0, c < 0$ |



- 9) La gráfica adjunta corresponde a una función cuadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Entonces con certeza se cumple que

- (A) $b < 0, \Delta < 0$ (B) $c = 0, \Delta > 0$
 (C) $a < 0, \Delta > 0$ (D) $c = 0, \Delta < 0$



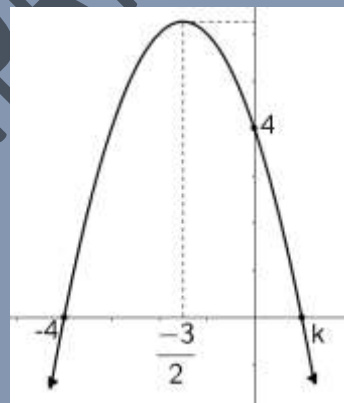
- 10) Sea f una función dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Si $f(0) = f(1) = 2$ y el vértice de la gráfica de f es $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$, entonces con certeza se cumple que

- (A) $b = -1, \Delta > 0$ (B) $b = -1, \Delta < 0$
 (C) $b = 1, \Delta > 0$ (D) $b = 1, \Delta < 0$

- 11) Considere la siguiente representación gráfica de la función cuadrática f dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$

De acuerdo con la información de la gráfica anterior, ¿cuál es el valor de “k”?

--	--	--	--	--	--



- 12) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por $f(x) = -\frac{x^2}{4} + bx + c$, tal que $(-2, -1)$ es el vértice de la gráfica:

- I. La gráfica de f interseca al eje “y” en $(0, -2)$
 II. La gráfica de f interseca al eje “x” en dos puntos distintos.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I

- 13) Sea f es una función cuadrática de dominio real, tal que su vértice es el punto $(2, -3)$ y una de las intersecciones de su gráfica al eje de las abscisas en -1 . Según la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

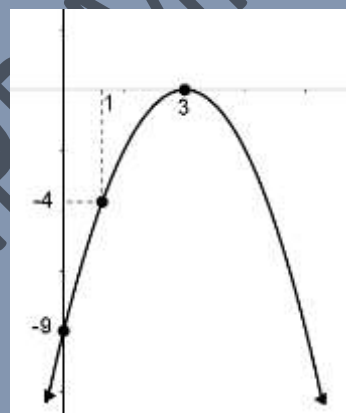
- I. La gráfica interseca al eje x en el punto $(5,0)$
 II. $f(4) > 0$

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I

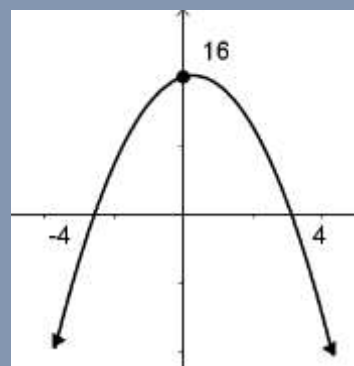
- 14) La figura adjunta representa la gráfica de una función cuadrática f . Según la información, se puede asegurar que el criterio de f corresponde a

- (A) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ (B) $f(x) = -x^2 - 6x + 9$
 (C) $f(x) = x^2 + 6x - 9$ (D) $f(x) = -x^2 - 6x - 9$



- 15) La figura adjunta representa la gráfica de una función cuadrática f . Según la información, se puede asegurar que el criterio de f corresponde a

- (A) $f(x) = x^2 - 16$ (B) $f(x) = 16 - x^2$
 (C) $f(x) = -x^2 - 4x + 16$ (D) $f(x) = -x^2 - 4x + 4$



- 16) Considere las proposiciones referidas a la función f dada por $f(x) = (2x - 5)^2$ con $f :]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

- I. La gráfica de f interseca al eje " y " en $(0, -5)$
 II. f es creciente en todo su dominio

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I

- 17) Considere las proposiciones referentes a la función f dada por $f(x) = 3x^2 + 14x - 5$

- I. La gráfica de f interseca al eje “y” en dos puntos distintos
- II. La gráfica de f alcanza un punto mínimo en $x = \frac{1}{3}$

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna
- (B) ambas
- (C) solo la II
- (D) solo la I

- 18) Considere las proposiciones referentes a la función h dada por $h(x) = -\frac{x^2}{\sqrt{3}}$

- I. El vértice de la gráfica de h es $\left(0, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$
- II. La gráfica de k es estrictamente creciente en $]-\infty, 0]$

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna
- (B) ambas
- (C) solo la II
- (D) solo la I

- 19) Considere las proposiciones referentes a las funciones f y g dadas por $f(x) = -x^2 - 5$ y $g(x) = x^2 - 5$

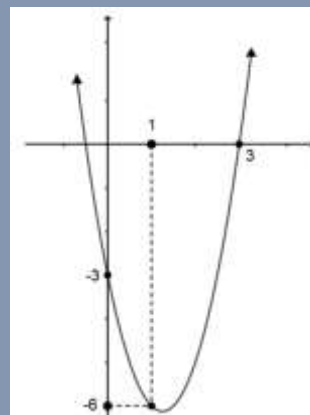
- I. Solo el número -5 pertenece al ámbito de ambas funciones
- II. Las gráficas de ambas funciones intersecan en dos puntos al eje “x”

De ellas, son verdaderas

- (A) solo la I
- (B) ambas
- (C) solo la II
- (D) ninguna

- 20) En la figura adjunta está la representación gráfica de la función h dada por $h(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Según los datos proporcionados, ¿cuál es el valor de “a”?

--	--	--	--	--	--



APLICACIONES

- 1) El costo en dólares “C” de producir “x” unidades de un producto mensualmente está dado por $C(x) = 3x + 900$. ¿Cuál será el costo si se producen 300 unidades del producto?

(A) \$200 (B) \$400
(C) \$900 (D) \$1800

- 2) El salario “S” de un comerciante, según la cantidad de pantalones “p” que venda por semana, está dado por $S(p) = 45\,000 + 3000p$. En esta situación, la variable dependiente es

(A) el salario “S” (B) 45 000
(C) 3000 (D) la cantidad de pantalones “p”

- 3) Una compañía telefónica cobra como tarifa básica ₡1700 mensualmente, y por cada minuto de llamadas cobra ₡20. Una función que relacione el cobro “C” de la compañía, en términos de los “m” minutos de llamadas, corresponde a

(A) $C(m) = 1700 + 20m$ (B) $C(m) = 1700m + 20$
(C) $m(C) = 1700 + 20C$ (D) $m(C) = 1700C + 20$

- 4) El precio en colones “P” que cobra por día una compañía de alquiler de autos está dada por $P(x) = 25\,000 + 500x$, donde “x” representa la cantidad de kilómetros recorridos. Si Crisanto paga ₡35 500, ¿Cuántos kilómetros recorrió?

(A) 500 (B) 25
(C) 71 (D) 21

Analice el siguiente escenario:

En una empresa de venta de paquetes turísticos, a los empleados se les ofrece 2 formas de pago salarial por semana que pueden escoger.

Forma A: un salario base de ₡110 000 más ₡24 000 por paquete vendido

Forma B: un salario base de ₡170 000 más ₡18 000 por paquete vendido

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 5 y 6

- 5) El criterio de la función lineal que modela esta situación corresponde a

(A) $G(t) = -20\,000 + 120\,000t$ (B) $G(t) = -20\,000t + 120\,000$
(C) $G(t) = -20\,000 - 120\,000t$ (D) $G(t) = 20\,000t + 120\,000$

- 6) La ganancia que obtiene la compañía a los 5,8 años del lanzamiento de las computadoras, es de

--	--	--	--	--	--	--

- 7) Una tienda que ofrece camisas establece una promoción, vende 2 camisas por ₡6000 y 5 por ₡12 000. Si la relación es modelada de forma lineal. ¿Cuántas camisas compró un cliente que pagó ₡24 000?

--	--	--	--	--	--	--

- 8) El valor inicial de un terreno es de ₡40 000 000 y su valor “V” aumenta cada año en ₡480 000. ¿Cuál es el precio de ese terreno al cabo de 12 años?

(A) ₡48 000 000 (B) ₡48 800 000
(C) ₡40 480 000 (D) ₡45 760 000

Analice el siguiente escenario:

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 9 y 10

- 9) Considere las siguientes proposiciones
- I. El salario de un empleado según la forma de pago A, que logra vender por semana 8 paquetes turísticos, es de ₡ 302 000
 - II. Si un empleado vende 12 paquetes, gana más salario mediante la forma B

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 10) ¿Cuántos paquetes debe venderse para que el salario sea el mismo en las dos formas de pago?

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Luego de modelizar una serie de datos, el dueño de un automóvil, logra relacionar el costo en colones “C”, según la velocidad “v” (en km/h). El criterio obtenido fue $C(v) = 0,015v^2 - 2,5v + 120$, con $10 \leq v \leq 120$

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 11, 12 y 13

- 11) La velocidad aproximada, en km/h, para la cual el costo es el mínimo, corresponde a

- | | |
|-----------|-----------|
| (A) 10,00 | (B) 83,33 |
| (C) 95,00 | (D) 32,48 |

- 12) El costo mínimo aproximado en colones, corresponde a

--	--	--	--	--	--

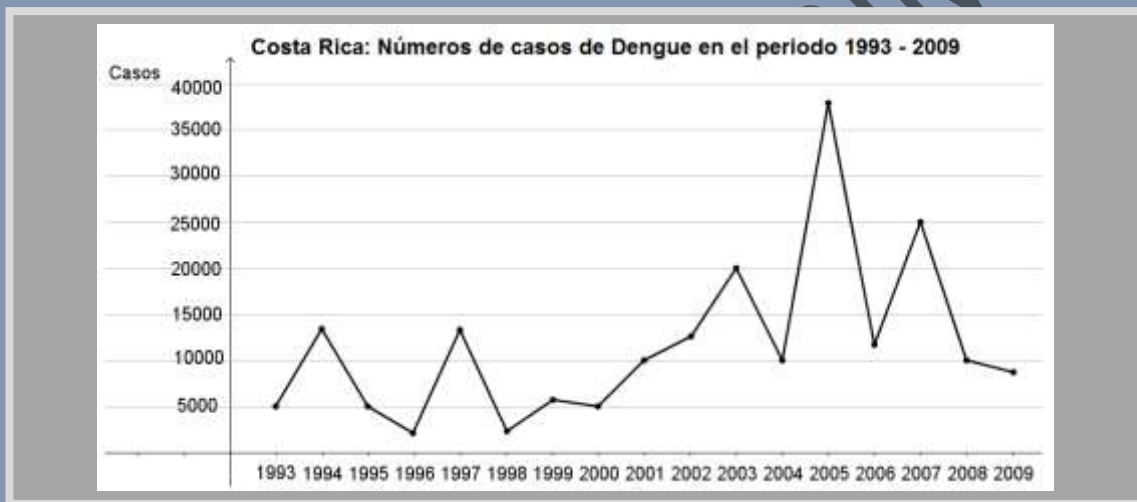
13) Considere las siguientes proposiciones

- I. Existen dos velocidades distintas para las cuales el costo es de $\text{C}\$100$.
- II. Si la velocidad del automóvil se duplica, entonces el costo también se duplica.

De ellas, con certeza son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

Analice el siguiente escenario:



Fuente CCSS

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 14 y 15.

14) Un intervalo de tiempo, en el que los casos de Dengue decrecieron, corresponde a

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (A) [1996,1998] | (B) [2006,2008] |
| (C) [1994,1996] | (D) [2003,2005] |

15) El intervalo más largo de tiempo en el que creció el número de casos de Dengue corresponde a

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (A) [2002,2006] | (B) [1996,1997] |
| (C) [2000,2003] | (D) [1993,1997] |

- 16) El administrador de una fábrica que su ganancia en miles de colones semanales como función del número de x productos vendidos, está dada por la función $G(x) = -0,02x^2 + 16x - 1300$ ¿Cuántos artículos debe vender semanalmente para obtener la máxima ganancia?

				,		
--	--	--	--	---	--	--

Analice el siguiente escenario:

La función h dada por $h(t) = -4,9 t^2 + 7,5t$ permite calcular la altura “ h ” en metros, que alcanza un objeto en función del tiempo “ t ” en segundos, transcurrido desde su lanzamiento.

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 17 y 18

- 17) Desde su lanzamiento, ¿aproximadamente cuánto tiempo, en segundos, tarda el objeto en tocar el suelo?

(A) 1,53	(B) 4,9
(C) 7,5	(D) 1,24

- 18) ¿Cuál es aproximadamente la altura máxima, en metros, que alcanza el objeto?

(A) 0,76	(B) 2,86
(C) 4,59	(D) 1,53

- 19) Las ganancias “ G ” que obtiene una compañía en miles de colones según la inversión “ x ” en publicidad (en miles de colones) está dada por

$G(x) = -3x^2 + 3000x$. Según esta información, considere:

- I. La ganancia máxima posible es de 750 000 colones
- II. Si se invierte más de 1 000 000 de colones en publicidad, la compañía tendrá pérdidas.

De ellas, son verdaderas

(A) ninguna	(B) ambas
(C) solo la II	(D) solo la I

- 20) Cierta calmante, varía su efectividad “E” en el tiempo según el criterio $E(t) = -3t^2 + 18t$, donde “t” es el tiempo en horas. Según esta información, considere:

- I. El calmante tiene efectividad durante 6 horas
- II. La máxima efectividad del calmante se logra a las 6 horas de haberse suministrado

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 21) La función de costo total de una empresa está constituida por ₡1 860 000 mensuales fijos, más ₡1200 por cada unidad producida. Además la función de ingreso “I” en colones está modelada por $I(x) = 6000x$, donde “x” es la cantidad de artículos producidos y vendidos por mes. ¿Cuál es la **mínima** cantidad de unidades que deben venderse para tener alguna ganancia?

--	--	--	--	--	--	--	--

- 22) Una compañía telefónica tiene dos planes telefónicos para servicios móviles. En el primero se cobra una mensualidad de ₡3500 más ₡80 por cada minuto de llamadas nacionales. En el segundo plan, cobra ₡100 por minuto en llamada nacional más ₡3 100 fijos mensuales. Según esta información, considere las siguientes proposiciones:

- I. Si se realiza 20 minutos en llamadas nacionales en un mes, el monto a pagar en ambos planes es el mismo.
- II. Si una persona en promedio realiza 2 horas de llamadas nacionales al mes, le conviene utilizar el segundo plan.

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 23) Un comerciante fija los precios de la venta de sus artículos mediante una relación lineal, según el precio de compra. Así un pantalón que lo adquiere en ₡8 400, lo vende en ₡12 000, mientras que una camisa que la compra en ₡4 800, la vende en ₡6 000. ¿En cuánto compró una pantaloneta la cual vendió a un precio de ₡5000?

--	--	--	--	--	--	--	--

- 24) Una empresa paga ₡ 24 a otra compañía por etiquetar sus productos. Si la empresa produjera sus propias etiquetas, el costo en colones de producción "C" según la cantidad "x" de etiquetas estaría dado por $C(x) = 6x + 180\,000$. ¿Cuál es la cantidad mínima de etiquetas que debe utilizar la empresa, para que a partir de ella le sea rentable producir sus propias etiquetas?

(A) 180 001 (B) 2 250
(C) 8001 (D) 10 001

- 25) El perímetro de un rectángulo es de 40 metros. Si se duplica el largo del rectángulo y se aumenta en 6 metros el ancho, el perímetro queda en 76 metros. ¿Cuál es la medida original del ancho del rectángulo?

(A) 12 (B) 8
(C) 24 (D) 16

- 26) Considere la siguiente información:
Una empresa, calcula sus ganancias en colones, según el monto que invierte en publicidad. Algunos datos se resumen en la tabla adjunta. De acuerdo con la información anterior, la ganancia G en colones, según la inversión publicitaria P, en colones, puede modelarse mediante la función dada por

Inversión en publicidad	Ganancia en colones
₡0	0
₡500	19 500
₡1 000	38 000
₡10 000	200 000

(A) $G(P) = 19 \cdot P + 10\,000$ (B) $G(P) = 500 \cdot P + 19\,500$
(C) $G(P) = \frac{-P^2}{500} + 40 \cdot P$ (D) $G(P) = \frac{P^2}{500} - 40 \cdot P$

INTERSECCIÓN DE RECTAS. SISTEMAS DE ECUACIONES

- 1) El valor de "y" en la solución de $\begin{cases} x - 3 = \frac{y - 1}{2} \\ 2(x - y) = 1 \end{cases}$ es

--	--	--	--	--	--

- 2) El conjunto solución de $\begin{cases} \frac{3-y}{2} = x \\ x = 2y \end{cases}$ corresponde a

- (A) $\left\{\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)\right\}$ (B) $\left\{\left(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)\right\}$
 (C) $\{(-2, -1)\}$ (D) $\{(-1, -2)\}$

- 3) Una empresa adquiere el mismo día dos máquinas industriales. La máquina M a un costo de ₡ 7000 000 y la máquina N a ₡6 500 000. Ambas máquinas se devalúan anualmente respecto al precio de adquisición en ₡ 800 000 y ₡550 000 respectivamente. ¿Cuántos años deben transcurrir para que M y N tengan el mismo valor?

--	--	--	--	--	--

- 4) Con dos camiones A y B cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas. Se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó el camión B?

--	--	--	--	--	--

- 5) Para una actividad del colegio, se harán helados para vender. El costo por un helado tamaño regular es de ₡180 y por uno pequeño ₡120. Si se dispone de ₡18 000 y quieren hacer 140 helados, ¿cuántos helados de tamaño regular se podrán hacer?

- (A) 40 (B) 20
 (C) 120 (D) 100

- 6) El costo de las entradas a una función de títeres es de ₡3000 para los adultos y ₡2000 para los niños. En una función asistieron 248 personas y se recaudaron ₡593 000. Según la información analice:

- I. La cantidad de adultos que asistieron no sobrepasó a 100
 II. Más de 150 niños asistieron a la función de títeres

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna (B) ambas
 (C) solo la II (D) solo la I

- 7) A un vendedor le dan dos opciones de salarios por semana. La primera es ₡85 000 fijos y ₡4500 por cada artículo vendido. La otra opción es recibir

--	--	--	--	--	--

₡6 200 por artículo vendido. ¿cuántos artículos debe vender para que el salario sea el mismo en cualquier opción?

- 8) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} y = 5 + \frac{4}{3}x \\ 3y - 15 = 4x \end{cases}$ corresponde a

(A) $\{ \}$

(B) $\mathbb{R}^2$

(C) $\{(x, y) : -4x + 3y = 15\}$

(D) $\left\{\left(-\frac{15}{4}, 5\right)\right\}$

- 9) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} y = \frac{2x - 5}{6} \\ 3(y + 2) = x \end{cases}$ corresponde a

(A) $\{ \}$

(B) $\mathbb{R}^2$

(C) $\left\{\left(x, \frac{2x - 5}{6}\right) : x \in \mathbb{R}\right\}$

(D) $\left\{\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{6}\right)\right\}$

- 10) Los costos semanales en una empresa están dados por ₡800 000 fijos y ₡2000 por cada unidad producida. La función del ingreso "I" en términos de las unidades "x" producidas y vendidas está dada por $I(x) = 12\,000x$. Si hubo una semana en la que la ganancia fue cero colones, ¿cuántas unidades se produjeron y vendieron esa semana?

--	--	--	--	--	--	--

ÁREA 3: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Habilidad 1: Utilizar las medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un grupo de datos cuantitativos.

Conocimientos	Habilidades Específicas
Medidas de posición ☐ Moda ☐ Media aritmética ☐ Mediana ☐ Cuartiles ☐ Extremos - Máximo - Mínimo Media aritmética Ponderada	1.1 Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas. 1.2 Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos. 1.3 Utilizar la calculadora o la computadora para calcular las medidas estadísticas correspondientes de un grupo de datos. 1.4 Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí. 1.5 Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.

Habilidad 2: Utilizar las principales medidas de variabilidad para evaluar y comparar la dispersión de los datos.

Conocimientos	Habilidades Específicas
Medidas de variabilidad ☐ Recorrido ☐ Recorrido intercuartílico ☐ Variancia ☐ Desviación estándar	2.1 Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido, el recorrido intercuartílico, la variancia o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan. 2.2 Emplear la calculadora o la computadora para simplificar los cálculos matemáticos en la determinación de las medidas de variabilidad.

- 1) Un curso universitario posee tres pruebas. La primera vale 20%, la segunda 30% y la tercera 50%. Si un estudiante obtuvo una nota de 70 en la primera prueba, un 60 en la segunda y un 80 en la tercera, entonces, considerando los valores porcentuales ¿cuál fue la nota que obtuvo el estudiante en ese curso?

- | | |
|--------|--------|
| (A) 70 | (B) 72 |
| (C) 75 | (D) 65 |

- 2) Considere la siguiente tabla sobre calificaciones obtenidas por un estudiante en un curso que se aprueba con un 70 de promedio:

Rubro de evaluación	Valor porcentual (%)	Calificación obtenida por el estudiante
Examen I	25	72
Examen II	25	55
Proyecto final	50	x

Con base en la información anterior, la calificación mínima que puede obtener el estudiante en el proyecto final para aprobar el curso es

- | | |
|----------|----------|
| (A) 83 | (B) 78,6 |
| (C) 76,5 | (D) 81,5 |

Analice el siguiente escenario:

Una academia prepara a sus clientes para la prueba teórica de manejo. En un mes, sus estudiantes presentaron el examen, y la media aritmética de las calificaciones fue de 86; la mediana de 72,5 y la moda de 90.

La academia tiene una política de garantía, que establece que el 50% o más de los estudiantes lograrán la nota mínima de 80, de lo contrario, se les reintegra el dinero a quienes no aprobaron dicho examen.

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 3 y 4.

3) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La nota mínima obtenida fue superior a 72,5.
- II. El 86% de los estudiantes ganaron la prueba.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna
- (B) ambas
- (C) solo la II
- (D) solo la I

4) Considere las siguientes proposiciones

- I. La calificación que más se repitió en la prueba fue el 90.
- II. La academia, como parte de la garantía tuvo que reintegrar el dinero a los clientes que no aprobaron el curso.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna
- (B) ambas
- (C) solo la II
- (D) solo la I

5) En la tabla adjunta se muestran las notas de un estudiante de décimo nivel, conjuntamente con los valores porcentuales de cada rubro, entonces ¿cuál es su promedio ponderado?

--	--	--	--	--	--

Rubro	Porcentaje (%) del rubro	Calificación obtenida
Concepto	5	90
Asistencia	5	100
Trabajo en clase	15	85
Tareas	10	80
Exámenes	65	75

6) Considere las siguientes proposiciones

- I. La media no tiene que ser un valor propio de la variable y es muy sensible a valores extremos en los datos.
- II. La moda siempre es un valor propio de la variable y representa el valor de la variable con más frecuencia.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
(C) solo la II (D) solo la I

7) La tabla adjunta, presenta el número de aposentos en viviendas construidas en San José, en un área de construcción de menos de 40 m². Según la información, considere las proposiciones:

- I. La moda corresponde a 3 aposentos por vivienda
- II. El recorrido de la cantidad de aposentos es de 5.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
(C) solo la II (D) solo la I

Número de aposentos	Cantidad de viviendas
1	2
2	69
3	1792
4	254
5	24
6 o más	123

Fuente: INEC 2001

8) El tiempo de espera, en minutos, de los usuarios que llaman a la operadora de una compañía de servicios móviles, se resume en la tabla de datos agrupados adjunta. Según esa información, el promedio ponderado de espera, en minutos, corresponde a

- (A) 6,3 (B) 6,12
(C) 42,0 (D) 4,0

Tiempo de espera en minutos	Frecuencia absoluta
[0,4[	11
[4,8[	42
[8,12[	7
[12,16[	3

- 9) En una página de turismo, se presenta la cantidad de precipitaciones (en mm) por mes, que se presentaron en San José en el 2015. Los datos se resumen en la siguiente tabla:

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ag	Set	Oct	Nov	Dic
Precip (mm)	2	2	1	52	302	280	200	270	330	301	150	39

De acuerdo con la información, considere:

- I. La cantidad de precipitaciones en mm, por mes, más usual fue 2
- II. El 50% de los datos de las precipitaciones en mm, fue mayor o igual a 175

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
(C) solo la II (D) solo la I

- 10) La tabla adjunta, muestra las posiciones y tiempos (en segundos) de la final de los 100 metros planos en el mundial de atletismo Beijing 2015. Según la información, considere las siguientes proposiciones:

- I. El tiempo más usual fue de 10 segundos
- II. El 50% de los datos tiempos registrados fue de 9,92 segundos o más.

IAAF World Championships		iaaf.org	Beijing 2015
100 METRES MEN			FINAL
1	Usain BOLT	JAM	9.79 SB
2	Justin GATLIN	USA	9.80
3	Trayvon BROMELL	USA	9.92
3	Andre DE GRASSE	CAN	9.92 PB
5	Mike RODGERS	USA	9.94
6	Tyson GAY	USA	10.00
7	Asafa POWELL	JAM	10.00
8	Jimmy VICAUT	FRA	10.00
9	Bingtian SU	CHN	10.06

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
(C) solo la II (D) solo la I

Analice el siguiente escenario:

En una competencia de clavados participan 4 deportistas, que son calificados por 5 jueces. En cada caso, la nota más alta y la más baja, son eliminadas, y se promedia la puntuación con las tres restantes. Los resultados de la competencia se resumen en la tabla.

	Puntuaciones del jurado				
Competidor	Juez 1	Juez 2	Juez 3	Juez 4	Juez 5
A	8,2	7,9	8,6	7,8	8,0
B	7,9	8,8	8,5	8,3	8,7
C	7,4	6,8	7,3	7,0	7,0
D	8,6	7,4	7,8	8,6	9,2

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 11 y 12

- 11) ¿Cuál fue el puntaje obtenido por el competidor C?

--	--	--	--	--	--

- 12) El competidor ganador es

- | | | | |
|-----|---|-----|---|
| (A) | A | (B) | B |
| (C) | C | (D) | D |

- 13) A continuación, se muestran las temperaturas máximas en grados Celsius, para doce días de febrero, 2017 en Heredia

Temperatura máxima.	24	26	26	27	27	27	28	29	29	30	30	31
---------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Según la información, considere:

- I. El 25% de las temperaturas registradas son menores o iguales a 26,5°C.
- II. El 25% de las temperaturas registradas son mayores o iguales a 29,5°C

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

- 14) Con la información de la pregunta anterior, ¿cuál es el recorrido intercuartílico?

--	--	--	--	--	--	--

- 15) La tabla adjunta muestra la tasa de desempleo en los países de Centro América, en el 2015, según el Fondo Monetario Internacional

Según la información considere:

- I. La mayor diferencia en la tasa de desempleo es de 6%.
- II. La tasa de desempleo en Honduras es menor que el promedio de los otros 5 países centroamericanos

Costa Rica	10,1%
El Salvador	5,5%
Nicaragua	4,8%
Honduras	4,5%
Guatemala	4,2%
Panamá	4,1%

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
(C) solo la II (D) solo la I

Analice el siguiente escenario:

Considere los datos de la tabla, que corresponden a medidas de posición de la masa corporal, en kilogramos, de un determinado grupo

Mínimo	Cuartiles			Máximo
	Q_1	Q_2	Q_3	
41	49	68	72	89

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 16, 17 y 18

- 16) De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. EL recorrido intercuartílico es de 48 kg
- II. La mayor diferencia entre las masas corporales es de 23 kg

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) ambas
(C) solo la II (D) solo la I

17) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El 50% de las masas corporales se ubican entre 49kg y 72kg inclusive.
- II. El 75% de las masas corporales son mayores o iguales a 49kg

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) solo la II
(C) ambas (D) solo la I

18) El recorrido de las masas corporales es

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Considere la siguiente información, la cual corresponde salario promedio, en colones, de los trabajadores de dos almacenes.

	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q ₁	Q ₂	Q ₃	
Almacén A	330 000	355 000	480 000	875 000	950 000
Almacén B	355 000	400 000	475 000	510 000	720 000

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 19 y 20.

19) Según la información, analice:

- I. El recorrido intercuartílico de los salarios, en el almacén A es mayor que en el B
- II. El 25% de los salarios en el almacén A es menor o igual al salario mínimo del almacén B

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- (A) ninguna (B) solo la II
(C) ambas (D) solo la I

20) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El 50% de los salarios en el almacén B se ubican entre 480 000 y 355 000 colones inclusive.
- II. El 50% de los salarios del almacén A son mayores o iguales a ₡475 000

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

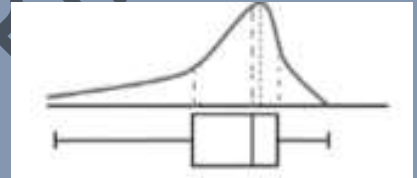
- (A) ninguna (B) solo la II
(C) ambas (D) solo la I

- 21) En una muestra a 180 pacientes con miopía elevada (superior a 12,00D) se les midió la longitud axial (un parámetro biométrico de sus ojos). Al resumir los datos, se obtuvo que la mediana es de 28,5, la moda de 31 y la media de 31,5. De acuerdo con esta información se puede afirmar con certeza que en los 180 pacientes

- (A) exactamente 90 tienen una longitud axial de 28,5
(B) la longitud axial más usual es 31
(C) al menos un paciente tiene una longitud axial de 31,5
(D) el 50% tienen una longitud axial mayor o igual a 31,5

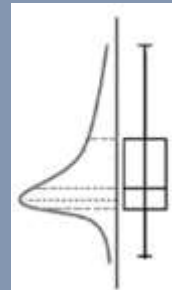
- 22) El diagrama adjunto representa una gráfica de distribución de frecuencias con asimetría negativa. Entonces se cumple que

- (A) $M_0 = M_e$
(B) $\bar{x} > M_e$
(C) $\bar{x} < M_e$
(D) $\bar{x} = M_e$



- 23) El diagrama adjunto representa una gráfica de distribución de frecuencias con asimetría negativa. Entonces se cumple que

- (A) $M_0 = M_e /$
(B) $\bar{x} = M_e$
(C) $\bar{x} < M_e$
(D) $\bar{x} > M_e$



- 24) Considere la siguiente información:

En la tabla adjunta, la orientadora de un Liceo, presenta la distribución de frecuencias, de la cantidad de horas que han cumplido los estudiantes en su Trabajo Comunal en un primer corte realizado.

De acuerdo con la información, ¿cuál es el promedio, en horas, que han cumplido los estudiantes en su trabajo comunal? Redondee a dos decimales

Horas	Número de estudiantes
De 0 a menos de 5	7
De 5 a menos de 10	13
De 10 a menos de 15	28
De 15 a menos de 20	11
De 20 a menos de 25	15
De 25 a menos de 30	10

--	--	--	--	--	--

- 25) Para un examen de admisión a un centro educativo, 220 estudiantes aplicaron una prueba, con un valor de 50 puntos. Serán admitidos aquellos estudiantes que logren un puntaje superior o igual a 38 puntos, que es precisamente el valor del tercer cuartil.

De acuerdo con la información, considere las proposiciones:

- I. El 75% de los estudiantes que aplicaron la prueba fueron admitidos.
- II. Se admitieron 55 estudiantes al centro educativo

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna
- (B) solo la II
- (C) ambas
- (D) solo la I

Analice el siguiente escenario:

Cantidad de dinero, en colones, que invierten
en transporte estudiantes de dos sectores,
para asistir al colegio

	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q_1	Mediana	Q_3	
Sector A	240	320	440	600	700
Sector B	320	380	410	580	960

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 26 y 27

- 26) De acuerdo con la información, analice las proposiciones

- I. El recorrido intercuartílico de la cantidad de dinero invertida en transporte en el sector A es mayor que en el sector B
- II. La diferencia entre la persona que invierte mayor dinero en el sector B, con respecto a la que invierte menos en transporte de ese mismo sector, es de 640 colones

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna
- (B) solo la II
- (C) ambas
- (D) solo la I

27) De acuerdo con la información, analice las proposiciones

- I. El 50% de los estudiantes del sector A invierten entre 600 a 320 colones en transporte, inclusive.
- II. El 50% de los estudiantes del sector B invierten 410 colones o más en transporte

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

28) De acuerdo con la información, analice las proposiciones

- I. El 25% de los estudiantes del sector A invierten desde ₡240 hasta ₡320 o menos en transporte
- II. El 25% de los estudiantes del sector B invierten desde ₡580 colones hasta ₡960 o menos en transporte

De ellas, son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ninguna | (B) ambas |
| (C) solo la II | (D) solo la I |

Analice el siguiente escenario:

El consumo mensual en metros cúbicos de agua de tres familias, durante el 2016, se resume en la siguiente tabla.

	Promedio	Desviación Estándar
Familia M	24,4	2,62
Familia N	21,0	4,21
Familia R	25,5	2,08

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 29 y 30

29) Considere las siguientes proposiciones

- I. La familia R es la que presenta más variabilidad relativa respecto al consumo de agua.
- II. El consumo de agua en la familia R varía $2,08 \text{ m}^3$ por debajo o por encima de $25,5 \text{ m}^3$

De ellas son verdaderas

- | | |
|-------------|----------------|
| (A) ninguna | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) solo la I |

- 30) ¿En cuánto se diferencia aproximadamente la variancia de la Familia M y la variancia de la Familia N?

(A) 3,4 (B) 2,08
(C) 10,86 (D) 1,59

- 31) El consumo diario por persona, de calcio en mg por día, en Brasil y Finlandia en 1992 está resumido en la siguiente tabla

Considere las siguientes proposiciones

	Media	Variancia
Brasil	406	68,6
Finlandia	1267	27

- I. En Brasil, la variación de los datos, con respecto a la media, es mayor que en Finlandia.
II. En Finlandia, el consumo de calcio diario varía en 27 posiciones, con respecto a su media.

De ellas son verdaderas

(A) ninguna (B) solo la II
(C) ambas (D) solo la I

- 32) La media de las calificaciones de los estudiantes de un colegio en la prueba de Estudios Sociales fue de 85, con una desviación estándar de 3,0. Según esta información, considere:

- I. Las calificaciones se alejan o acercan del promedio en 3 puntos.
II. La variancia en estos datos es de 9 puntos.

De ellas, cuáles son verdaderas

(A) ninguna (B) solo la II
(C) ambas (D) solo la I

- 33) La siguiente tabla muestra las horas quincenales que dedican 60 estudiantes a actividades deportivas.

Cantidad de horas	Cantidad de estudiantes
De 0 a menos de 3	12
De 3 a menos de 6	20
De 6 a menos de 9	15
De 9 a menos de 12	7
De 12 a menos de 15	6
Total	60

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el promedio de horas quincenales que los estudiantes dedican a actividades deportivas?

--	--	--	--	--	--

- 34) La tabla presenta información sobre las calificaciones en conducta de las secciones 10 -1 y 10 -2 de un centro educativo

	Mínimo	Cuartiles			Máximo
		Q_1	Mediana	Q_3	
10-1	65	80	85	90	100
10-2	60	75	90	95	100

De acuerdo con la información anterior, analice las siguientes proposiciones

- I. En cada sección existen dos calificaciones cuya diferencia es superior a 34
- II. El 75% de los estudiantes de la sección 10-2 tienen una nota inferior o igual a 75

De ellas, son verdaderas

- (A) ninguna (B) solo la II
(C) ambas (D) solo la I

- 35) En una zona industrial se realizó un estudio a 28 empresas. En relación con la cantidad de empleados por empresa, se obtuvieron los siguientes resultados.

Mínimo	Máximo	Media aritmética	Mediana	Moda
10	150	48	70	43

De acuerdo con la información, si la frecuencia de la moda es de 2, entonces, ¿cuántas empresas del estudio tienen 70 empleados o menos?

--	--	--	--	--	--

Habilidad 3: Emplear las propiedades básicas de la probabilidad en situaciones concretas.**Conocimientos****Eventos**

☐ Relaciones entre eventos

- Unión $\cup$

- Intersección $\cap$

- Complemento

☐ Eventos mutuamente excluyentes

Probabilidades

☐ Reglas básicas de las probabilidades:

- $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento A

- Probabilidad del evento seguro es 1 y

del evento imposible es 0

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ para eventos

A y B mutuamente excluyentes

☐ Otras Propiedades

- Probabilidad de la unión:

$$P(A \cup B) =$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Probabilidad del

complemento:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Habilidades Específicas

5.1 Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión " $\cup$ ", intersección " $\cap$ " y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio.

5.2 Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos

5.3 Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.

5.4 Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.

5.5 Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento.

Habilidad 6: Utilizar las probabilidades y las medidas estadísticas para favorecer la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

6.1 Resolver problemas del contexto estudiantil que involucren el análisis de las medidas de variabilidad.

6.2 Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.

Habilidad 7: Resolver problemas vinculados con el análisis de datos y el manejo de la aleatoriedad dentro del contexto estudiantil.

7.1 Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados

Analice el siguiente escenario:

La tabla muestra la cantidad de estudiantes de undécimo nivel de un colegio de Limón

Sección	Hombres	Mujeres
11 -1	18	14
11-2	16	12
11-3	8	20
11-4	18	6
Total	60	52

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 1, 2, 3 y 4

- 1) Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que el estudiante sea hombre?

(A) 0,86	(B) 0,53
(C)	(D) 0,46

- 2) Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante sea de la 11 -2?

--	--	--	--	--	--

- 3) Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que el estudiante sea una mujer de la 11 -1 o un hombre de la 11-4?

(A) 0,12	(B) 0,16
(C) 0,53	(D) 0,28

- 4) Si se elige un estudiante al azar, entonces, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que el estudiante sea una mujer de la 11 -3?

(A) 0,38	(B) 0,71
(C) 0,18	(D) 0,33

- 5) La Junta de Protección Social sacó un nuevo juego llamado “chances de números bajos”, donde el que acierte el número entre el 00 y 49, recibe 70 veces su inversión.

Gúdula y Onésimo compran algunos números para un mismo sorteo, de la siguiente forma: Gúdula compra todos los terminados en 3 (03, 13, 23...), mientras que Onésimo compra todos los números desde el 25 hasta el 31.

Según la información, considere:

- I. Es más probable que acierte Gúdula a que acierte Onésimo
- II. La probabilidad de que alguno de los dos, Onésimo o Gúdula, acierte es 0,24

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

(A) solo la II	(B) ninguna
(C) ambas	(D) solo la I

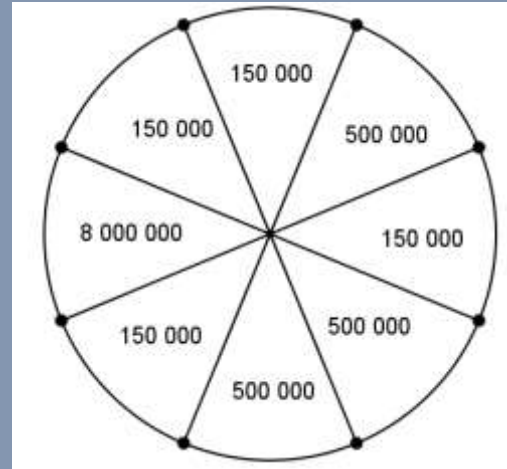
6) La figura adjunta representa una “rueda de la fortuna” donde se señala la cantidad del premio en colones. Al girar la rueda, todas las casillas tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas.

Según la información, considere:

- I. La probabilidad de NO ganar el premio mayor es de 0,875
- II. Ganar el premio de ¢8 000 000 o el premio de ¢500 000 es igual de probable que ganar el premio de ¢150 000

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) solo la II (B) ninguna
(C) ambas (D) solo la I



Analice el siguiente escenario:

En un EBAIS se está haciendo esfuerzos para que adultos mayores no padezcan de obesidad. Para ello implementan unas rutinas de ejercicios, pero no todos los pacientes que son atendidos, hacen dicha rutina. Al cabo de un año, calculan el índice de masa corporal (IMC) y si esta es mayor a 25, se considera con sobrepeso. Estos son los resultados

Hábito de ejercicio	Índice de masa corporal		Total
	Mayor o igual a 25	Menor a 25	
Hacen ejercicio	9	23	32
No hacen ejercicio	37	11	48
Total	46	34	80

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 7 y 8

7) Si se selecciona un paciente en forma aleatoria, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que no haga ejercicio y tenga un índice de masa corporal menor a 25?

- (A) 0,32 (B) 0,22
(C) 0,54 (D) 0,14

8)

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de ser un paciente con IMC menor a 25, es más de dos veces mayor para los que hacen ejercicio que para los que no lo hacen.
- II. La probabilidad entre los pacientes que hacen ejercicio, de tener un IMC superior o igual a 25 es de 0,28 aproximadamente.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

Analice el siguiente escenario:

Se lanza un dado, y se registra el número que sale en la cara superior. Se observan dos eventos:

- M: Que salga un número par
N: Que salga el número 6

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 9, 10 y 11

9)

Considere las siguientes proposiciones:

- I. Los eventos M y N son mutuamente excluyentes
- II. El complemento de N tiene 5 puntos muestrales

De ellas son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

10)

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $M \cap N$?

--	--	--	--	--	--

11)

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $M \cup N$?

--	--	--	--	--	--

- 12) Considere un dado con todas sus caras enumeradas del uno al seis, donde cada uno de sus números tiene la misma probabilidad de obtenerse.

Considere las siguientes proposiciones:

- I. Al lanzarse una vez el dado la probabilidad de obtener un número impar menor que 4 o par mayor que 3 es de $\frac{2}{3}$
- II. Sea M el evento de que salga el número 5. La probabilidad del complemento de M es $\frac{1}{6}$

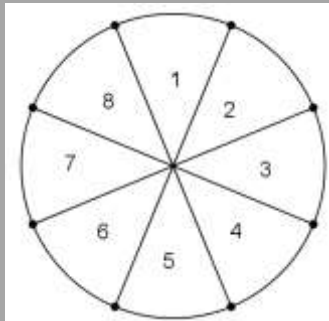
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

Analice el siguiente escenario:

La figura muestra una ruleta, que al ser girada cada número tiene la misma posibilidad de ser seleccionado. Se definen los siguientes eventos:

- M: Que salga un número impar
N: Que salga un número divisor de 16
R: Que salga un número menor a 4



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 13, 14, 15, 16 y 17

- 13) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $M \cup N$?

- | | |
|-------|-------|
| (A) 7 | (B) 8 |
| (C) 1 | (D) 4 |

14) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $R \cap N$?

- | | |
|-------|-------|
| (A) 7 | (B) 3 |
| (C) 4 | (D) 2 |

15) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número impar o un número menor a 4?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (A) $\frac{5}{8}$ | (B) $\frac{1}{8}$ |
| (C) $\frac{3}{8}$ | (D) $\frac{1}{2}$ |

16) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número divisor de 16 o un número menor a 4?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (A) $\frac{1}{2}$ | (B) $\frac{5}{8}$ |
| (C) $\frac{3}{8}$ | (D) $\frac{7}{8}$ |

17) Considere las siguientes proposiciones.

- I. Los eventos M y N son mutuamente excluyentes.
- II. Los eventos M y R son mutuamente excluyentes

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

18) Si A y B son dos sucesos mutuamente excluyentes y la probabilidad de A es 0,3 y la de B es 0,4, entonces, ¿cuál es la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez?

--	--	--	--	--	--

- 19) En una caja hay tarjetas numeradas del 10 al 30 (es decir 10, 11, ..., 28, 29, 30). La probabilidad de que al sacar una tarjeta al azar, la suma de los dígitos sea 3 ó 4 es

(A) $\frac{3}{21}$

(B) $\frac{2}{21}$

(C) $\frac{5}{21}$

(D) $\frac{1}{21}$

- 20) En una carrera de 100 metros planos, compiten cuatro atletas: A, B, C y D. Si A tiene el doble de probabilidad de ganar que B; C tiene la mitad que B de ganar y la probabilidad de D es igual a la de A.

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de ganar el premio C es $\frac{2}{11}$
II. La probabilidad de que no se gane el premio A es de $\frac{7}{11}$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

(A) solo la II

(B) ninguna

(C) ambas

(D) solo la I

Analice el siguiente escenario:

Se hace una investigación en una comunidad sobre cómo influye el estudio universitario para obtener un empleo en la zona urbana. Los datos absolutos se resumen en la tabla:

Estudio	Situación Laboral		Total
	Con empleo	Sin empleo	
Con título universitario	78	26	104
Sin título universitario	42	64	106
Total	120	90	210

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 21 y 22

- 21) Si se escoge al azar a una persona, la probabilidad de que sea desempleada y sin estudio universitario es de aproximadamente

(A) 0,30	(B) 0,71
(C) 0,25	(D) 0,60

- 22) Si se toma como población total a las personas con empleo, y se desea seleccionar al azar a una persona de esa población, entonces ¿cuál es aproximadamente, la probabilidad de que esa persona tenga título universitario?

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Se tienen 10 bolas numeradas del 21 al 30, las cuales al extraerlas de una caja, tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas.

Se definen los eventos M y N:

Evento M: La bola extraída tiene un número divisible por 3

Evento N: La bola extraída tiene un número múltiplo de 5

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 23, 24 y 25

- 23) Según la información, considere:

- I. M y N son eventos mutuamente excluyentes
- II. El complemento de M, con respecto al espacio muestral corresponde a N

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

(A) solo la II	(B) ninguna
(C) ambas	(D) solo la I

- 24) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $M \cup N$?

(A) 5	(B) 4
(C) 6	(D) 2

25) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $M \cap N$?

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

Hay dos dados, uno de 6 caras, numeradas del 1 al 6 y otro de 8 caras, numeradas del 1 al 8. Cada cara tiene la misma posibilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los eventos:

M: Obtener un número divisible por 3

N: Obtener un número mayor o igual a 6

R: Obtener un 1

T: Obtener un número impar

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 26 y 27

26) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de que ocurra el evento R es la misma, sin importar si se lanza el dado de 6 o el de 8 caras
- II. La probabilidad de que ocurra el evento T es mayor si se lanza el dado de 8 caras

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

27) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Con el dado de 8 caras, los eventos N y R son mutuamente excluyentes
- II. La probabilidad de que ocurra el evento M es mayor si se lanza el dado de 6 caras

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

Analice el siguiente escenario:

Se hizo un inventario en un colegio al final de año, relacionado con el estado del mobiliario. La información se resume en la tabla

Mueble	Estado		Total
	Bueno	Malo	
Pupitre	110	40	150
Escritorio	20	8	28
Total	130	48	178

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 28, 29 y 30

- 28)** ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de que al escoger al azar un mueble de esa muestra, esté defectuoso?

(A) 0,37 (B) 0,27
(C) 0,73 (D) 0,63

- 29)** ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de que al escoger al azar un mueble de esa muestra, sea un pupitre en buen estado?

(A) 0,62 (B) 0,85
(C) 0,73 (D) 0,28

- 30)** Si se toma como población total a los muebles en buen estado, y se decide seleccionar al azar un mueble de esa población, entonces, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que el mueble sea un escritorio?

(A) 0,71 (B) 0,11
(C) 0,15 (D) 0,36

Analice el siguiente escenario:

En un grupo de undécimo nivel hay 35 estudiantes. A 15 les gusta el baloncesto, a 24 el futbol y a 9 ambos deportes

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 31, 32, 33 y 34

- 31)** Si se escoge al azar un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el futbol?

- | | |
|-------------------|---------------------|
| (A) $\frac{3}{7}$ | (B) $\frac{24}{35}$ |
| (C) $\frac{4}{5}$ | (D) $\frac{1}{2}$ |

- 32)** Si se escoge al azar un estudiante, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que le guste el futbol o el baloncesto?

- | | |
|----------|----------|
| (A) 1 | (B) 0,90 |
| (C) 0.74 | (D) 0,86 |

- 33)** Si se escoge al azar un estudiante, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que no le guste el futbol?

- | | |
|----------|---------|
| (A) 0,68 | (B) 0,5 |
| (C) 0,31 | (D) 0,8 |

- 34)** Si se escoge al azar un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que no guste el futbol ni el baloncesto?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (A) 0 | (B) $\frac{1}{7}$ |
| (C) $\frac{9}{35}$ | (D) $\frac{1}{35}$ |

Analice el siguiente escenario:

La siguiente tabla presenta datos sobre los niveles de glucosa en la sangre de una muestra de 60 pacientes, según su sexo.

Sexo	Nivel de glucosa			Total
	Hipoglucemia	Normal	Hiperglicemia	
Masculino	6	14	8	28
Femenino	3	20	9	32
Total	9	34	17	60

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 35, 36 y 37

- 35)** Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que tenga hiperglicemia?

(A) 0,17 (B) 0,28
(C) 0,47 (D) 0,71

- 36)** Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer con hipoglucemia?

--	--	--	--	--	--

- 37)** Si se toma como población total a las mujeres, y se decide seleccionar a una mujer al azar, entonces, ¿cuál es la probabilidad de que la mujer tenga un nivel normal de glucosa?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{10}{17}$

- 38)** La probabilidad de que Eustaquio compre una camisa es de 0,4 y de que compre un pantalón de 0,3. Si la probabilidad de que de que compre alguna prenda es de 0,6, ¿cuál es la probabilidad de que compre las dos prendas a la vez?

--	--	--	--	--	--

Analice el siguiente escenario:

En una bolsa oscura hay 3 bolas del mismo tamaño, con números de 3 al 5. Se efectúa un experimento que consiste en extraer dos bolas con lo cual se formará un número de dos cifras. La primera bola será la cifra de las unidades y la segunda, la de las decenas. Por ejemplo, si se saca primero el 4 y luego el 3, el número obtenido será 34.

Se definen los siguientes eventos.

Evento M: el número formado es múltiplo de 5

Evento N: el número formado es primo

Evento R: el número formado es impar

Evento Q: el número formado es divisible por 2.

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 39, 40, 41, 42, 43 y 44

- 39) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el experimento de extraer las bolas y formar los números?

--	--	--	--	--	--

- 40) Considere las siguientes proposiciones

- I. $M \cap Q = \phi$
 II. $N \cap R = N$

De ellas son verdaderas

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) solo la II | (B) ninguna |
| (C) ambas | (D) solo la I |

- 41) Considere las siguientes proposiciones

- I. Los eventos M y N son mutuamente excluyentes
 II. El complemento Q es N

De ellas son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) ninguna |

- 42) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento N?

--	--	--	--	--	--

43) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número divisible por 2?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$
 (C) $\frac{2}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$

44) ¿Cuál es la probabilidad de MUR?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$
 (C) $\frac{2}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$

Analice el siguiente escenario:

Una ferretería compra 4 diferentes marcas de bombillos: A, B, C y D. Luego de ciertas investigaciones, se sintetiza la cantidad promedio de bombillos defectuosos según la marca.

Marca de bombillo	Bombillos defectuosos	Total de bombillos adquiridos
A	15	250
B	20	400
C	12	120
D	8	40

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 45 y 46

45) ¿Cuál es la probabilidad de que un bombillo de marca D esté defectuoso? Exprese la respuesta en decimales.

--	--	--	--	--	--

46) El dueño de la ferretería comprará solo la marca cuya probabilidad de que los bombillos salgan defectuosos sea menor. ¿Cuál marca comprará?

- (A) A (B) B
 (C) C (D) D

Analice el siguiente escenario:

La siguiente tabla muestra datos sobre las actividades que hacen los estudiantes de séptimo, octavo y noveno niveles en los recreos. La información muestra la actividad predominante

Nivel	Actividades en los recreos					Total
	Usar el celular	Merendar	Conversar con amigos	Jugar fútbol	Otras	
Séptimo	34	25	48	5	9	121
Octavo	22	14	64	12	6	118
Noveno	18	12	60	15	5	110
Total	74	51	172	32	20	349

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 47, 48 y 49

- 47) La probabilidad de que, al escoger al azar a un estudiante de octavo, este juegue fútbol en los recreos, corresponde a

- (A) $\frac{6}{59}$ (B) $\frac{3}{10}$
(C) $\frac{12}{349}$ (D) $\frac{16}{59}$

- 48) La probabilidad aproximada, de escoger a un estudiante que en los recreos tenga como actividad más frecuente conversar con los amigos, corresponde a

- (A) 0,28 (B) 0,49
(C) 0,51 (D) 0,72

49) Considere las siguientes proposiciones

- I. La probabilidad de que, al escoger a un estudiante que juega fútbol, este sea de noveno nivel, es de aproximadamente 0,46
 II. La probabilidad de que, al escoger un estudiante de noveno, este use celular o meriende, es de $\frac{3}{11}$

De ellas son verdaderas

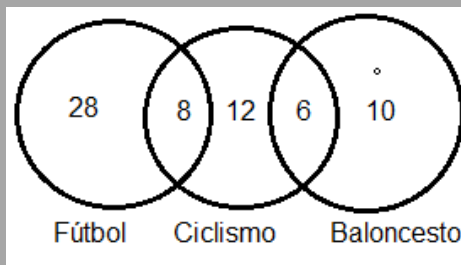
- (A) solo la I (B) solo la II
 (C) ambas (D) ninguna

50) La probabilidad aproximada, de escoger a un estudiante de séptimo, que en los recreos **NO** tenga como actividad más frecuente usar el celular corresponde a

- (A) 0,28 (B) 0,07
 (C) 0,72 (D) 0,46

Analice el siguiente escenario:

Los diagramas resumen los deportes que practican estudiantes de undécimo nivel.



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 51, 52 y 53

51) Si del total de estudiantes se elige uno al azar, entonces, la probabilidad de que practique solo fútbol o solo baloncesto, corresponde a

- (A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{13}{16}$
 (C) $\frac{13}{349}$ (D) $\frac{19}{32}$

- 52) Si del total de estudiantes se elige uno al azar, entonces, la probabilidad de que practique tanto fútbol como ciclismo, corresponde a

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{7}{8}$

- 53) Si del total de estudiantes se elige uno al azar, entonces, la probabilidad de que practique ciclismo o baloncesto, corresponde a

(A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{9}{16}$
(C) $\frac{3}{32}$ (D) $\frac{29}{32}$

- 54) Si del total de estudiantes se elige uno al azar, entonces, la probabilidad de que practique dos de los tres deportes, corresponde a

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{7}{16}$
(C) $\frac{3}{16}$ (D) $\frac{7}{32}$

Analice el siguiente escenario:

En un departamento de una empresa, hay 16 hombres y 20 mujeres. Del total de hombres 10 trabajan con computadora, los demás atienden llamadas telefónicas. De las mujeres solo 4 atienden llamadas telefónicas.

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 55 y 56

- 55) La probabilidad de que una persona escogida al azar sea una mujer o use computadora, corresponde a

(A) $\frac{5}{9}$ (B) $\frac{5}{6}$
(C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{8}{13}$

- 56) La probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre que use computadora o una mujer que atienda llamadas corresponde a

- | | |
|--------------------|---------------------|
| (A) $\frac{7}{18}$ | (B) $\frac{5}{18}$ |
| (C) $\frac{1}{6}$ | (D) $\frac{13}{18}$ |

Analice el siguiente escenario:

En una feria de trabajo para una agencia turística, participan 104 personas con dominio en diversos idiomas diferentes al nativo (español): 68 hablan inglés, 30 hablan francés y 23 hablan portugués. Además 8 hablan inglés y francés, 5 hablan francés y portugués y 6 hablan inglés y portugués. Por su parte, hay 2 oferentes que dominan los tres idiomas.

Con base en la información anterior, conteste las preguntas 57, 58, 59 y 60

- 57) Considere las siguientes proposiciones

- I. El evento “escoger un oferente que domine al menos un idioma distinto al nativo” es un evento seguro
- II. El evento “escoger un oferente que solo domine el idioma nativo” es un evento imposible

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) ninguna |

- 58) Considere las siguientes proposiciones

- I. Tomando en cuenta solo los idiomas no nativos, la probabilidad de escoger un oferente que solo domina francés es menor que la probabilidad de escoger un oferente que únicamente habla portugués.
- II. La probabilidad de escoger un oferente que no habla inglés es de $\frac{28}{53}$

De ellas, son verdaderas

- | | |
|---------------|----------------|
| (A) solo la I | (B) solo la II |
| (C) ambas | (D) ninguna |

- 59) La probabilidad de escoger un oferente que domine inglés o francés, corresponde a

- (A) $\frac{49}{52}$ (B) $\frac{45}{52}$
(C) $\frac{1}{13}$ (D) $\frac{15}{104}$

- 60) La probabilidad de escoger un oferente que domine tanto francés como portugués, corresponde a

- (A) $\frac{51}{104}$ (B) $\frac{15}{104}$
(C) $\frac{99}{104}$ (D) $\frac{5}{104}$

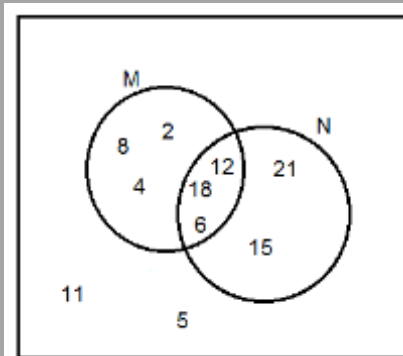
Analice el siguiente escenario:

Considere el espacio muestral U dado por $\{2, 4, 5, 6, 8, 11, 12, 15, 18, 21\}$, el cual corresponde a los puntos muestrales de un experimento aleatorio. Se definen los siguientes eventos

M: obtener un número par

N: obtener un número divisible por tres

El diagrama resume la información



Con base en la información anterior, conteste las preguntas 61, 62 y 63

- 61) Si se elige al azar un número de U, entonces ¿cuál es la probabilidad de que sea un número par y divisible por tres?

(A) $\frac{1}{2}$	(B) $\frac{4}{5}$
(C) $\frac{3}{10}$	(D) $\frac{3}{5}$

- 62) Si se elige al azar un número de U, entonces ¿cuál es la probabilidad de que sea un número par o divisible por tres?

(A) $\frac{3}{10}$	(B) $\frac{4}{5}$
(C) $\frac{3}{5}$	(D) $\frac{1}{2}$

- 63) Si se elige al azar un número de U, entonces ¿cuál es la probabilidad de que ese número **no** sea múltiplo de tres?

(A) $\frac{3}{10}$	(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{1}{5}$	(D) $\frac{1}{4}$

Circunferencia

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	2	A	A	A	C	A	B	A	C	D	B	C	B	A	D	C	3	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	A	A	D	B	B	5	B	B	C	A	A	A	D	B	C	D	A	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	A	B	A	3	D	A	8	A	D	C	17	D	A	A	B	C	A	D
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73							
D	B	A	17	D	1	C	A	A	A	B	C	C							

Áreas y perímetros de polígonos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
14,5	C	D	12	B	7,5	12	A	B	D	A	15	44,5	C	B	B	B	158,25	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	A	D	C	D	D	A	D	B	B	B	A	C	C	A	C	C	C	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	C	D	B	C	B	A	B	30	3	D	A	B	A	B	C	72	C	B	90
61	62	63	65	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74						
C	10	50	A	10	162	216	16	14	B	D	A	C	20						

Visualización en figuras tridimensionales

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	B	C	A	D	B	C	C	C	A	D	A	12	B	D	512	A	8	D

Conjuntos

[illegible]

Funciones: Conceptos básicos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	C	A	B	B	D	D	C	A	A	D	D	C	B	A	C	A	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	C	D	A	D	D	A	D	B	D	D	B	130	A	D	D	A	A	C
41	42																		
B	D																		

Composición de funciones

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
5945,5	D	20	A	5	11	B	C	C	B	360,5	D	C	A	D	C	A	C		

Función lineal

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	B	23	B	6	C	B	A	B	A	A	A	38	B	C	1	B	A
21	22	23																	
0,2	B	B																	

Función cuadrática

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	C	D	D	D	B	B	C	1	D	D	A	B	A	A	C	A	2

Funciones: Aplicaciones

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	A	D	B	4000	11	D	D	10	B	15,83	D	C	C	400	A	B	D	B
21	22	23	24	25	26														
388	D	4200	D	B	C														

Funciones: Intersección de rectas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	A	2	11	B	B														

Estadística: Conceptos básicos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	A	B	79	B	D	B	B	B	7,1	B	B	3	B	A	C	48	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	C	D	15,12	B	A	B	B	B	C	D	C								

Probabilidad

[illegible]